

Exercice 14

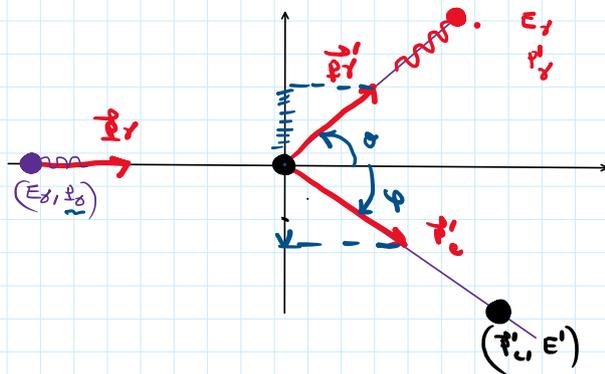
On considère un faisceau lumineux monochromatique de longueur d'onde λ se propageant dans le vide et se dirigeant vers une cible ne contenant que des électrons libres supposés au repos. Soit m_e la masse de l'électron et λ' la longueur d'onde de la lumière diffusée après choc photon-électron. On pose $\alpha = \frac{h}{m_e c \lambda}$.

- 1) Écrire les équations de conservation de l'impulsion et de l'énergie lors d'un choc photon-électron.
- 2) Calculer la variation relative de la longueur d'onde

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{(\lambda' - \lambda)}{\lambda}$$

en fonction de α et de l'angle θ que fait la direction du photon diffusé avec celle du photon incident.

- 3) Calculer l'énergie du photon diffusé E' en fonction de α et θ
- 4) Exprimer l'angle ϕ que fait la direction de l'électron après le choc avec celle du photon incident en fonction de α et θ .
- 5) Quelles valeurs prennent λ' , E' , et ϕ dans le cas où $\theta = \pi/2$?



1) équations de conservation :

* impulsion :

$$\vec{p}_\gamma + \vec{p}_e = \vec{p}'_\gamma + \vec{p}'_e \quad (1)$$

$$\begin{cases} x) : & p_\gamma = p'_\gamma \cos\theta + p'_e \cos\phi \\ y) : & 0 = p'_\gamma \sin\theta - p'_e \sin\phi \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{h}{\lambda} &= \frac{h}{\lambda'} \cos\theta + p'_e \cos\phi \\ 0 &= \frac{h}{\lambda'} \sin\theta - p'_e \sin\phi \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{h}{\lambda} &= \frac{h}{\lambda'} \cos\theta + p'_e \cos\phi & (1) \\ \frac{h}{\lambda'} \sin\theta &= p'_e \sin\phi & (2) \end{aligned} \right.$$

Conservation de l'énergie :

$$E_{\text{avant choc}} = E_{\text{après choc}}$$

avant choc

après choc

$$E_y + m_e c^2 = E'_y + \left(p_e'^2 c^2 + m_e^2 c^4 \right)^{1/2}$$

$$E_e^2 = p_e^2 c^2 + m_e^2 c^4. \quad ; \text{Énergie d'un } e^- \text{ en mvm.}$$

$$2) \quad \textcircled{1}^2 + \textcircled{2}^2:$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda'} \cos \theta &= p_e' \cos \varphi & (1) \\ \frac{h}{\lambda'} \sin \theta &= p_e' \sin \varphi & (2) \end{aligned} \right\}$$

$$\left(\frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda'} \cos \theta \right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda'} \right)^2 \sin^2 \theta = p_e'^2 \quad (1)'$$

conservation de l'énergie:

$$\frac{hc}{\lambda} + m_e c^2 = \frac{hc}{\lambda'} + \left(p_e'^2 c^2 + m_e^2 c^4 \right)^{1/2}$$

$$hc \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) + m_e c^2 = \left(p_e'^2 c^2 + m_e^2 c^4 \right)^{1/2}$$

$$\left(hc \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) + m_e c^2 \right)^2 = p_e'^2 c^2 + m_e^2 c^4$$

$$\begin{aligned} \cancel{h^2 c^2} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right)^2 + 2hc \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) \cancel{m_e c^2} + \cancel{m_e^2 c^4} \\ = \cancel{p_e'^2 c^2} + \cancel{m_e^2 c^4} \end{aligned}$$

$$\boxed{h^2 \left(\frac{1}{\lambda^2} - \frac{2}{\lambda \lambda'} + \frac{1}{\lambda'^2} \right) + 2hc \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) m_e = p_e'^2} \quad (2)'$$

$$(1)' = (2)': \quad \cancel{\frac{h^2}{\lambda^2}} - \frac{2h^2}{\lambda \lambda'} + \cancel{\frac{h^2}{\lambda'^2}} + 2m_e hc \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right)$$

$$= \cancel{\frac{h^2}{\lambda^2}} + \cancel{\frac{h^2}{\lambda'^2}} - \frac{2h^2 \cos \theta}{\lambda \lambda'}$$

$$\frac{2h^2}{\lambda \lambda'} (1 - \cos \theta) = \cancel{2p_e' m_e c} \frac{\lambda - \lambda'}{\lambda \lambda'}$$

$$\lambda - \lambda' = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$$

$$= \frac{h}{m_e c} \frac{\lambda}{\lambda} (1 - \cos \theta)$$

$$\boxed{\frac{\lambda' - \lambda}{\lambda} = d(1 - \cos \theta)}$$

3) E' : Énergie du photon diffusé: " " " " " " " " " " " "

3) E' : Energie du photon diffusé:

$$\lambda' - \lambda = d \lambda \cdot (1 - \cos \theta)$$

$$E' = \frac{h \cdot c}{\lambda'} \quad \frac{\lambda'}{\lambda} = (1 + d \cdot (1 - \cos \theta))$$

$$E' = \frac{h \cdot c}{\lambda (1 + d(1 - \cos \theta))}$$

4)

$$\tan \varphi = \frac{\lambda \times \frac{1}{\lambda} \cdot \sin \theta}{\lambda \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda} \cdot \cos \theta \right)} = \frac{\sin \theta}{\frac{1}{\lambda} - \cos \theta}$$

$$= \frac{\sin \theta}{1 + d(1 - \cos \theta) - \cos \theta} = \frac{\sin \theta}{(1 - \cos \theta)(1 + d)}$$

1) $\theta = \frac{\pi}{2}$, $\cos \frac{\pi}{2} = 0$.

$$\lambda' = \lambda (1 + d(1 - \cos \theta))$$

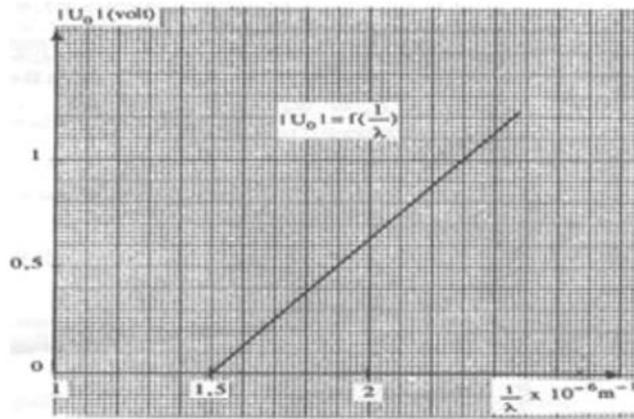
$$\lambda' = \lambda (1 + d)$$

$$E'_y = \frac{E_x}{1 + d(1 - \cos \theta)} = \frac{E_x}{1 + d} \quad E_x = \frac{h c}{\lambda}$$

$$\tan \varphi = \frac{1}{1 + d}$$

Exercice 9

La courbe de la figure ci-dessous représente les variations de $|U_0|$ en fonction de $\frac{1}{\lambda}$



- 1) Déterminer graphiquement l'équation de la courbe représentant $|U_0| = f\left(\frac{1}{\lambda}\right)$
- 2) a) Établir la relation entre le potentiel d'arrêt U_0 , le travail d'extraction W_0 d'un électron du métal de la cathode et l'énergie W d'un photon incident. En déduire l'expression de $|U_0|$ en fonction de λ
- 3) On éclaire maintenant la cellule photoélectrique par une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0.588 \mu\text{m}$.
 - a) Calculer, dans le système international d'unités, l'énergie W et la quantité de mouvement $\|\vec{p}\|$ en $\text{MeV} \cdot \text{c}^{-1}$.
 - b) A l'aide de la courbe représentant $|U_0| = f\left(\frac{1}{\lambda}\right)$, calculer le potentiel d'arrêt U_0 correspondant et en déduire la valeur de l'énergie cinétique maximale des électrons émis par la cathode.
 - c) En supposant relativiste toute particule animée, dans un repère galiléen, d'une vitesse supérieure à $0.14c$, montrer que l'énergie cinétique d'une telle particule doit être supérieure à une fraction minimale x de son énergie au repos. , En déduire si les électrons émis par la cathode sont relativistes ou non.
 - d) Calculer alors la vitesse maximale d'émission d'un électron par la cathode.

On donne:

- La célérité de la lumière dans le vide : $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
- La masse d'un électron : $m = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
- La constante de Planck : $h = 6.62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

$$1) \quad |U_0| = a \cdot \frac{1}{\lambda} + b$$

$$a = \frac{\Delta |U_0|}{\Delta \left(\frac{1}{\lambda}\right)} = \frac{0 - 1,5}{(1,5 - 3) \cdot 10^{-6}}$$

$$\sim 10^{-9}$$

$$* \quad |U_0| = 0 = a \cdot \frac{1}{\lambda} + b$$

$$b = -\frac{a}{\lambda}$$

$$b = -1,5 \cdot 10^{-9}$$

$$|U_0| = 10^{-9} \cdot \frac{1}{\lambda} - 1,5 \cdot 10^{-9}$$

$$= \quad 2) a) \quad W = W_0 + E_c$$

$$AN: \quad h = \frac{h \cdot \Gamma \cdot 4 \cdot 10^{-7} \text{ eV}}{\lambda} + W_0$$

$$\frac{h \cdot c}{\lambda} = e|U_0| + W_0$$

$$|U_0| = \frac{h \cdot c}{e} \cdot \frac{1}{\lambda} - \frac{W_0}{e}$$

b) W_0, h :

$$\frac{h \cdot c}{e} = a \quad \Rightarrow \quad h = \frac{e}{c} \cdot a$$

* W_0 :

$$-\frac{W_0}{e} = -1.7 \text{ V} \quad \Rightarrow \quad W_0 = 1.7 \cdot e$$

$$W_0 = 1.7 \text{ eV}$$

$$3) \quad E_\gamma = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$

$$AN: \quad E_\gamma = \frac{6.26 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{0.788 \cdot 10^{-6}}$$

$$E_\gamma = 2.4 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad \Rightarrow \quad p = \frac{h}{\lambda}$$

$$E_{c_{max}} = W - W_0 \quad (W = E_c + W_0)$$

$$\frac{1}{2} m v_{max}^2 = W - W_0$$

$$v_{max} = \left(\frac{2}{m} (W - W_0) \right)^{1/2}$$

$$AN: \quad v_{max} = \left(\frac{2}{9.1 \cdot 10^{-31}} \cdot (2.4 \cdot 10^{-19} - 1.7 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}) \right)^{1/2}$$

$$v_{max} = 4.7 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

Exercice 15

Modèle de Bohr

- 1) Établir pour un atome hydrogénoïde (noyau de charge $+Ze$ autour duquel gravite un électron), les formules donnant :
 - a) Le rayon de l'orbite de rang n .
 - b) L'énergie du système noyau-électron correspondant à cette orbite.
 - c) Exprimer le rayon et l'énergie totale de rang n pour l'hydrogénoïde en fonction des mêmes grandeurs relatives à l'atome d'hydrogène.
- 2) Calculer en eV et en joules, l'énergie des quatre premiers niveaux de l'ion hydrogénoïde Li^{2+} , sachant qu'à l'état fondamental, l'énergie du système noyau-électron de l'atome d'hydrogène est égale à $-13,6\text{eV}$.
- 3) Quelle énergie doit absorber un ion Li^{2+} , pour que l'électron passe du niveau fondamental au premier niveau excité.
- 4) Si cette énergie est fournie sous forme lumineuse, quelle est la longueur d'onde $\lambda_{1,2}$ du rayonnement capable de provoquer cette transition ?

$$\begin{aligned} \text{On donne : Li}(Z=3) \quad 1\text{eV} &= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Joules} \\ h &= 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s} \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m}^{-1} \end{aligned}$$

Exercice 20

- 1) Considérons un grain de poussière de diamètre $1,0\mu\text{m}$, de masse $1,0 \cdot 10^{-12} \text{ g}$, animé d'un mouvement de vitesse moyenne $3,0 \text{ mm/s}$ et mesurons sa position à $0,01\mu\text{m}$ près. Calculer

les valeurs minimales des incertitudes absolues sur la mesure de son impulsion et de sa vitesse.

- 2) Un électron se déplace sur une ligne droite. Quelle est la valeur minimale de l'incertitude absolue sur la mesure de sa vitesse si sa position est mesurée à $1,0$.

Exercice 21

- 1) Calculer la longueur d'onde associée à :
 - a) Un grain de poussière (exercice 10).
 - b) Un véhicule de longueur $6,0 \text{ m}$, de masse $3,0 \text{ tonnes}$ et animé d'un mouvement rectiligne uniforme de vitesse 60 km/h .
 - c) Un neutron thermique se déplaçant à une vitesse de $3,0 \text{ km/s}$.
 - d) Un photon transporté par une lumière de fréquence $6,0 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$.Dire si le traitement physique de ces systèmes peut relever de la physique classique.
- 2) En considérant les électrons accélérés sous l'effet d'une tension continue de 100 Volts comme des particules non-relativistes :
 - a) calculer la vitesse qu'acquiert chacun d'eux. Conclure.
 - b) Calculer la longueur d'onde associée au mouvement de chacun de ces électrons. Conclure.