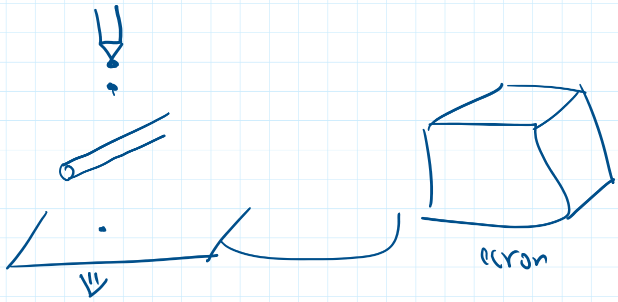
Les ondes de matière de Louis de Broglie :

Einstein : la lumière (onde) $\longrightarrow$ corpuscule.

De Broglie : la matière (particule) $\longrightarrow$ onde. (exp: fentes de Young)

Dualité onde - corpuscule.

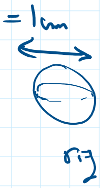


1. hypothèse : à chaque particule en mvm d'énergie E et d'impulsion p. correspond une onde dite de matière (onde de Broglie)

$$\underbrace{\begin{pmatrix} E \\ p \end{pmatrix}}_{\text{particule}} = h \underbrace{\begin{pmatrix} \nu \\ \frac{1}{\lambda} \end{pmatrix}}_{\text{onde}} = \hbar \underbrace{\begin{pmatrix} \omega \\ k \end{pmatrix}}_{\text{onde}}$$

i) la limite quantique / classique :

$$\lambda_{DB} = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$$



$\lambda_{DB} \sim d$: la physique quantique

$\lambda_{DB} \ll d$: la M.C est suffisante.

Fonction d'onde et Interprétation probabiliste :

i) Notion de fonction d'onde :

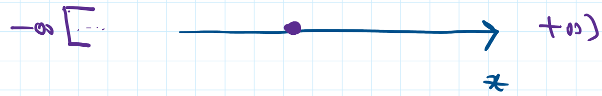
$\psi(\vec{r},t) = \psi(x,y,z,t)$: Elle contient toutes les informations sur la particule.

$\Rightarrow$ Interprétation de Max-Born :

$|\psi|^2$: la densité de probabilité de présence de la particule à l'instant t au point $\vec{r}$.

$$dP_r(t,x) = |\psi(x,t)|^2 . dx.$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi|^2 dx = 1 \quad (CN)$$



identité de Parseval-Plancherel :

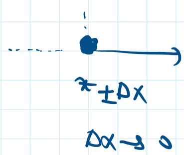
$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(t,x)|^2 dx = \int_{-\infty}^{+\infty} |\overline{\psi}(t,p)|^2 dp.$$

$$\overline{\psi}(t,p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t,x)\, e^{-\frac{ipx}{\hbar}} . dx.$$

P.I.H : $\Delta x . \Delta p \geq \hbar$

$$(\Delta x)_{min} . (\Delta p)_{min} = \hbar$$

$$(\Delta p)_{min} = \frac{\hbar}{(\Delta x)_{min}}$$



$\Delta x \to 0$: (position bien connue)

$(\Delta p)_{min} \to +\infty.$

IV) Equation de Schrödinger :

postulat : $i\hbar \cdot \frac{\partial}{\partial t}\psi(\vec{r},t) = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi + V(\vec{r})\psi(t,r)$.

1D : $i\hbar \cdot \frac{\partial}{\partial t}\psi(x,t) = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi + V(x)\psi(x,t)$.

a) Principe d'évolution : On connaît $\psi(x,t_0) \rightsquigarrow \psi(x,t)$

b) principe de superposition : $\left.\begin{array}{l}\psi_1 \in S(E.S)\\ \psi_2 \in S(E.S)\end{array}\right\} \lambda_1\psi_1 + \lambda_2\psi_2 \in S(E.S)$

ψ_2 en $n=2$ (E_2)

ψ_1 en $n=1$ (E_1)

VII) Particule libre (P.L) : (pas d'interaction $E_p = 0$)

i) $E_T = E_C = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$ $\quad \boxed{p = mv}$

$i\hbar \cdot \frac{\partial}{\partial t}\psi(x,t) = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x,t)$ $\quad \underline{\psi(x,t)}$:

ii) ondes planes monochromatiques : (opm) :

$$\text{"}\, \Psi_p(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} e^{i(px - E\cdot t)/\hbar} \,\text{"} \qquad |e^{i\theta}| = 1$$

CN : $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi_p|^2 dx = A\int_{-\infty}^{+\infty} dx \longrightarrow +\infty$. divergence.

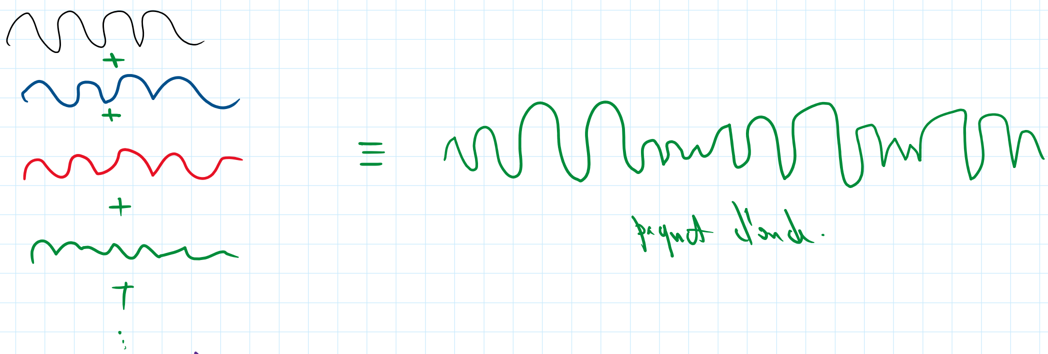
$\Rightarrow$ l'op.m ne peut pas décrire l'onde de matière.

iii) Paquets d'onde :

$$\psi(t,x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_p \cdot \Psi_p(t,x)\, dp$$

(superposition d'une infinité d'op.m)

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \int \varphi(p)\, e^{i(px - Et)/\hbar}\, dp.$$



paquet d'onde.

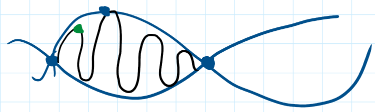
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t,x)\,dx \neq +\infty \quad \text{converge. tjrs.}$$

le paquet peut décrire une onde de matière.

Vitesse de phase et vitesse de groupe :

1°) Vitesse de groupe :

la vitesse du déplacement du maximum centrale



$$v_g = \frac{d\omega}{dk}.$$

2°) vitesse de phase :

$$v_\varphi = \frac{\omega}{k} = \frac{E}{p}$$