Conforme avec le programme des FST et FS

Be In Sciences

Centre de soutien en-ligne

Hamza ICHOU

Mécanique Quantique 1

Inscription ouverte : préparation aux examens :

Les notions abordées dans ce document :

- Corps Noir, Catastrophe UV, Dualité onde-corpuscule
- Effet photo-électrique, Effet Comptons, Diffraction des électrons,
- Barrière de potentiel, puit de potentiel, Effet Tunnel, Potentiel Delta
- Formalisme mathématique
- Postulats de la mécanique quantique

Série 2 :

Exercice 1

On éclaire la cathode d'une cellule photoélectrique avec deux radiations monochromatiques de longueurs d'ondes dans le vide $\lambda_1 = 0,2537\mu$m et $\lambda_2 = 0,5890\mu$m. Les énergies maximales des électrons éjectés par ces radiations sont respectivement $E_1 = 3,14$eV et $E_2 = 0,36$eV. Déduire une estimation expérimentale de :

1) La constante de Planck;
2) L'énergie minimale d'extraction des électrons;
3) La longueur d'onde maximale produisant un effet photoélectrique sur cette photocathode.

Exercice 2

On dispose d'une photo-cathode au césium éclairée par une lumière monochromatique.

1) La longueur d'onde seuil pour le césium est $\lambda_0 = 0.66\mu$m. Déterminer le travail d'extraction $\mathrm{W_0}$ d'un électron.
2) La lumière qui éclaire cette photo-cathode a une longueur d'onde $\lambda = 0.44\mu$m.
   a) Déterminer l'énergie cinétique maximale d'un électron émis par la cathode.
   b) Déterminer la vitesse de cet électron.
   c) Déterminer la tension d'arrêt dans ces conditions.

Exercice 3

On dispose d'une cellule photoélectrique dont le seuil d'extraction est de 2.4eV. Elle est éclairée par un faisceau polychromatique composé de deux radiations de longueurs d'ondes $\lambda_1 = 430$ nm et $\lambda_2 = 580$ nm.

1) Effet photoélectrique.
   a) Définir l'effet photoélectrique.
   b) Représenter la variation de l'intensité traversant la cellule en fonction de la tension à ses bornes, $\mathrm{U_A}$. Représenter le schéma du montage électrique permettant de réaliser ces mesures.
2) On éclaire la cellule à l'aide des deux radiations.
   a) Les deux radiations permettent-elles l'effet photoélectrique ?
   b) Quelle est la vitesse maximale des électrons qui sont arrachés à la photocathode ?
   c) Définir et calculer le potentiel d'arrêt.

Exercice 4

On dispose d'une cellule photoélectrique au potassium dont le travail d'extraction est $W_0 = 2.2$ eV. On détermine pour cette cellule, la tension d'arrêt en fonction de diverses fréquences d'éclairage. On obtient les résultats suivants : (On a indiqué dans le tableau la valeur absolue de la tension d'arrêt).

v(Hz)	7.0010^{14}	8.0010^{14}	9.0010^{14}
$\|U_0\|$ (V)	0.69	1.10	1.52

1) Tracer la courbe $v = f(|U_0|)$ et conclure.
2) En déduire la valeur du seuil photoélectrique de cette photocathode. Ce résultat est -il en accord avec la valeur de W_0 ?
3) Déterminer la valeur de la constante de Planck (h) à partir de la courbe réalisée. Cette valeur correspond-elle à la valeur admise ?

Exercice 5

1) Déterminer la puissance d'une lampe à incandescence qui émet $N = 1,9.10^{21}$ photons par seconde de longueur d'onde $\lambda = 1,2\mu$m.
2) Une plaque de césium constitue la cathode d'une cellule photoélectrique, on l'éclaire par un faisceau lumineux monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0,611\mu$m.
   a) Dire si l'effet photoélectrique a lieu. Justifier la réponse.
   b) Quelle est l'énergie cinétique qu'acquiert chacun des électrons de cette cathode ? On présentera le résultat en électronvolts. On donne le potentiel d'extraction du Césium : $v_0 = 1,875$ Volts, la charge de l'électron $e = 1,6.10^{-19}$C.

Exercice 6

On envoie sur une plaque métallique deux radiations électromagnétiques de longueurs d'ondes respectivement égales à $\lambda_1 = 2537A$ et $\lambda_2 = 5890A$, on constate que l'énergie maximale des photoélectrons éjectés dans chaque cas a pour valeur :

- pour $\lambda_1, E_1 = 3,14$eV.
- pour $\lambda_2, E_2 = 0,36$ev.

1) Retrouver la valeur de la constante de Planck (h) (la vitesse de la lumière étant $c = 3,0 \times 10^8$ m/s).
2) Calculer L'énergie d'extraction minimale w_0 des électrons.
3) En déduire la valeur de la longueur d'onde maximale qui permet de produire l'effet photoélectrique.

Exercice 7

Une surface métallique est éclairé par la lumière UV de longueur d'onde $\lambda = 0.150\mu m$. Elle émet des électrons dont l'énergie cinétique maximale à 4.8eV.

Métal	Seuil photoélectrique $\lambda_0(\mu m)$
Zn	0.35
Al	0.365
Na	0.50
K	0.55
Sr	0.60
Cs	0.66

a) Calculer le travail d'extraction W_0
b) Quelle est la nature du métal ?
c) Quelle tension serait nécessaire pour arrêter cette émission
d) Pour augmenter la vitesse maximale d'émission, faut-il changer sa longueur d'onde ?

Exercice 8

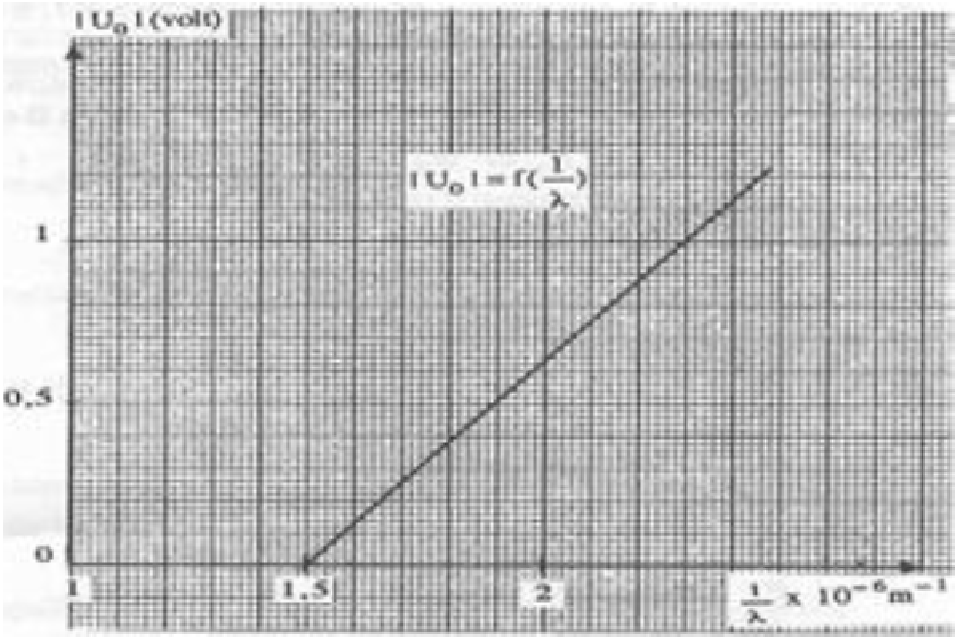
La charge de l'électron est $-e = -1.6 \cdot 10^{-19} C$. On éclaire une cellule photoélectrique par un faisceau lumineux monochromatique de fréquence v et on mesure le potentiel d'arrêt U_0 de la cellule.

$V(Hz) \times 10^{14}$	5.18	5.49	5.88	6.17	6.41	6.78	6.91	7.31
$U_0(V)$	0.042	0.171	0.332	0.452	0.56	0.706	0.758	0.924

1) Faire un schéma du montage utilisé
2) On répète l'opération en utilisant diverses radiations et on obtient les résultats suivants : Tracer sur papier millimétré, le graphe $U_0 = f(\text{v})$ en utilisant les échelles suivantes : 10 cm pour 1 V; 2 cm pour 1014 Hz.
3) Rappeler la relation entre le potentiel d'arrêt, le travail d'extraction W_0, d'un électron du métal de la cathode et l'énergie des photons incidents
4) Déterminer à l'aide du graphique :
   a) La constante de Planck
   b) Le travail d'extraction d'un électron du métal de la cathode.
5) Citer autre phénomène qui, comme l'effet photoélectrique la nature corpusculaire de la lumière. Quelle caractéristique du photon met-il en évidence

Exercice 9

La courbe de la figure ci-dessous représente les variations de $|U_0|$ en fonction de $\frac{1}{\lambda}$



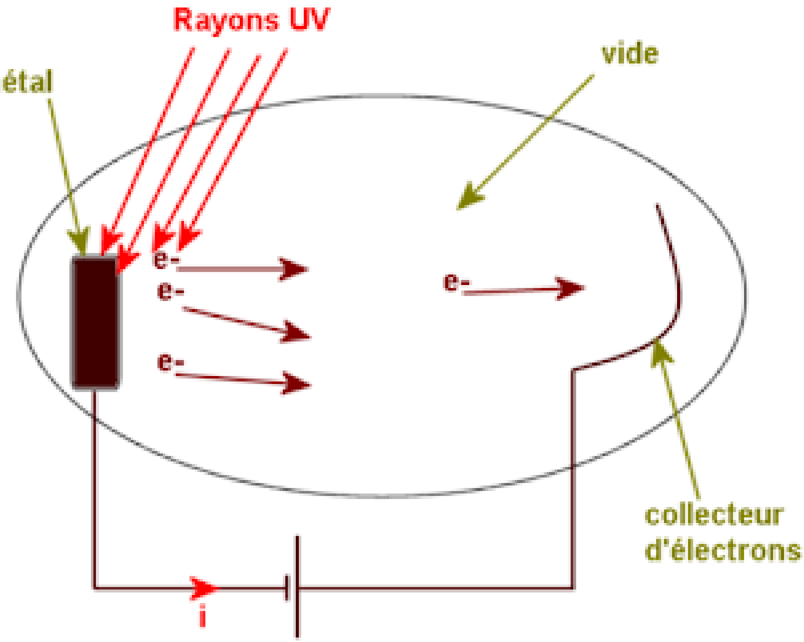
1) Déterminer graphiquement l'équation de la courbe représentant $|U_0| = f\left(\frac{1}{\lambda}\right)$
2) a) Établir la relation entre le potentiel d'arrêt U_0, le travail d'extraction W_0 d'un électron du métal de la cathode et l'énergie W d'un photon incident. En déduire l'expression de $|U_0|$ en fonction de
3) On éclaire maintenant la cellule photoélectrique par une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0.588\mu m$.
   a) Calculer, dans le système international d'unités, l'énergie W et la quantité de mouvement $\|\vec{P}\|$ en $MeV \cdot c^{-1}$.
   b) A l'aide de la courbe représentant $|U_0| = \left(\frac{1}{\lambda}\right)$, calculer le potentiel d'arrêt U_0 correspondant et en déduire la valeur de l'énergie cinétique maximale des électrons émis par la cathode.
   c) En supposant relativiste toute particule animée, dans un repère galiléen, d'une vitesse supérieure à $0.14c$, montrer que l'énergie cinétique d'une telle particule doit être supérieure à une fraction minimale x de son énergie au repos. , En déduire si les électrons émis par la cathode sont relativistes ou non.
   d) Calculer alors la vitesse maximale d'émission d'un électron par la cathode.

On donne:

- La célérité de la lumière dans le vide : $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
- La masse d'un électron : $m = 9.1 \cdot 10^{-19}C$.
- La constante de Planck : $h = 6.62 \cdot 10^{-34}J_s$

Exercice 10

Le métal formant la cathode d'une cellule photoélectrique est caractérisé par un travail d'extraction $W_e = 2,5\text{eV}$. On l'éclaire avec de la lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 400$ nm On donne $\hbar.c = 197,3\text{eV} \cdot \text{nm}$



1) Quelles sont les unités de la constante de Planck, h?
2) Pour la lumière utilisée, l'effet photoélectrique peut-il avoir lieu ? Justifiez votre réponse.
3) Calculez l'énergie cinétique des électrons au moment de leur émission.
4) Que se passe-t-il si on inverse la polarité?Donnez la définition du potentiel d'arrêt U0 et calculez sa valeur.
5) On fixe U à 10 Volts. Calculez l'énergie cinétique des électrons lors de leur arrivée sur l'anode.
6) Pour U = 10 V, on a atteint le courant de saturation de la cellule. Expliquez ce que cela signifie.
7) Le courant mesuré est $\text{I} = 1,6\mu\text{A}$, lorsque la cathode reçoit une puissance lumineuse $\text{P} = 10 - 4$ W. Quel est le rendement quantique R de la cellule, défini comme le rapport entre le nombre d'électrons émis et le nombre de photons reçus ?
8) Que peut-on faire pour augmenter le courant de saturation : augmenter le flux de photons atteignant la cellule ou bien diminuer la longueur d'onde de la lumière ? Justifiez votre réponse.

Correction de l'exercice 10 :

Le métal formant la cathode d'une cellule photoélectrique (voir schéma du cours) est caractérisé par un travail d'extraction $We = 2 : 5\text{eV}$. On l'éclaire avec de la lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 400$ nm. On donne $\hbar c = 197.3\text{eV.nm}$, charge de l'électron $-q = -1,6 \times 10^{-19}\text{C}$.

1) A partir de la relation $E = hv$, on trouve immédiatement que la constante de Planck est exprimée en J.s puisque l'énergie s'exprime en Joule (J) et la fréquence en Hertz (Hz ou s-1).
2) Oui, car l'énergie des photons est supérieure au travail d'extraction :

$$hv = \frac{2\pi\hbar.c}{\lambda} = 2\pi \times 197.3/400 = 3.10\text{eV}$$

3)

$$E_C = \frac{1}{2}mV^2 = hv - W_e = 3.10 - 2.5 = 0.6\text{eV}$$

4) Si on inverse la polarité on repousse les électrons ; ils seront arrêtés si : $-qU_0 \geq E_C = hv - W_c \quad \Rightarrow \quad -qU_0 \geq hv - W_e$ où $U_0 < 0$ est le potentiel d'arrêt. Quand $U = U_0$, le courant tombe à zéro, c'est à dire que plus aucun électron n'arrive sur l'anode. Ici on a : $-qU_0 = hv - W_e = 0.6\text{eV} \Rightarrow U_0 = -0.6$ V

5) On a maintenant :

$$E_C = \frac{1}{2}mV^2 = hv - W_e + qU = 3.10 - 2.5 + 10 = 10.6\text{eV}$$

6) Cela signifie que tous les électrons extraits sont collectés.

7)

$$I = n_e q = \frac{dQ}{dt} \quad et \quad I = n_{ph}hv = \frac{dE}{dt}$$

où ne (n_{ph}) sont les nombres d'électrons émis (photons reçus) par unité de temps. D'après la définition, le rendement R est :

$$R = \frac{n_c}{n_{ph}} = \frac{I/q}{P/hv} = \frac{Ihv}{\lambda qP} = 0.05$$

8) Pour augmenter le courant de saturation il faut augmenter le flux de photons : le nombre d'électrons extrait par unité de temps est proportionnel à ce flux. Diminuer la longueur d'onde ne ferait qu'augmenter l'énergie cinétique des électrons sans en augmenter le nombre.

Effet Compton

Exercice 11

Lors d'une collision élastique d'un photon avec un matériau cible, on observe un rayonnement diffusé de fréquence différente de celle du rayonnement incident. Il s'agit de l'effet Compton. Expérimentalement, A. H. Compton avait irradié du graphite avec des rayons X, et observé que

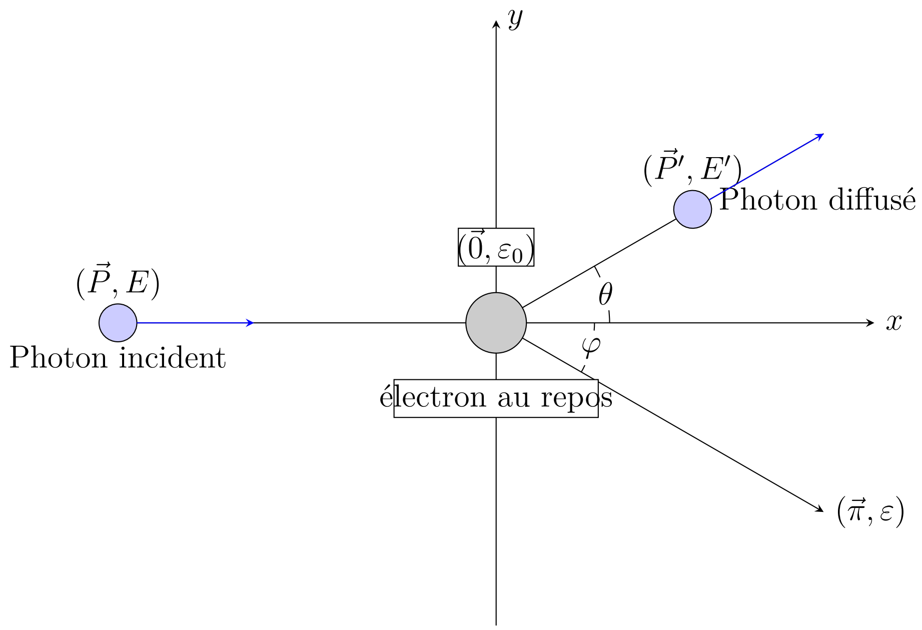
$$\lambda' - \lambda = 4,8 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

λ et λ ' sont les longueurs d'onde respectivement du photon incident (dirigé selon ox) et du photon diffusé d'angle θ que forme avec l'axe des x.

1) Pour modéliser ce phénomène, Compton a considéré qu'il y avait collision du photon incident (projectile) avec un électron (cible au repos, de masse $\mathrm{m_e}$) du graphite. Donner l'équation de ce processus de collision.
2) Donner les relations qui expriment l'énergie d'un photon en fonction de son impulsion, de la longueur d'onde et de sa fréquence, respectivement.
3) En utilisant les lois de conservation appropriées, dériver l'équation obtenue par Compton. Le coefficient numérique 4,8 sera exprimé en fonction des variables $\mathrm{h}, \mathrm{m_c}$ et c.

Exercice 12

Soit une collision entre un photon incident de longueur d'onde λ (où de fréquence $\nu = c/\lambda$) et un électron libre placé en un point O selon le schéma suivant :



$\vec{p}$ et $\vec{p'}$ ont les quantités de mouvement du photon, $\vec{0}$ et $\vec{\pi}$ celles de l'électron libre respectivement avant et après la collision. **E** et **E'** sont les énergies du photon, ε_0 et *varepsilon* celles de l'électron avant et après la collision.

1) Donner (sans calculs) la relation de Compton qui exprime la variation de la longueur d'onde $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ en fonction de l'angle de diffusion θ et de la constante de Compton $\lambda_c = \frac{h}{m.c}$, sachant que λ' (ou $\nu' = \mathrm{c}/\lambda'$) est la longueur d'onde (ou la fréquence) de photon après la collision.
2) La collision étant élastique, écrire les lois de conservation de l'impulsion et de l'énergie.

3) Vérifier que l'énergie cinétique de l'électron diffusé est donnée par :

$$E_c = E - E' \quad (1)$$

4) En utilisant la relation de Compton, montrer que :

$$E_c = \frac{h^2.\nu^2(1 - cos(\theta))}{mc^2 + h\nu(1 - cos(\theta))} \quad (2)$$

5) Dans le cas particulier où le photon diffusé est détecté sous un angle droit, déterminer la fonction $E' = f(E)$ à l'aide des lois de conservation. Indication utiliser la relation $E = p.c$ au lieu de $h.\nu$.
6) Mettre E' sous forme $E' = \frac{aE}{1+b.E}$ où a et b sont des constantes à déterminer et discuter les cas limites : $E >> m.c^2$, $E = m.c^2$, et $E << m.c^2$.

Correction de l'exercice 23 :

1) La relation de Compton :

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_c(1 - cos(\theta)) \quad (3)$$

avec : $\lambda_c = \frac{h}{m.c}$.
2) La collision étant élastique, les lois de conservation sont :
Conservation de l'impulsion :

$$\vec{p} + \vec{0} = \vec{p'} + \vec{\Pi} \longrightarrow \vec{p} = \vec{p'} + \vec{\Pi} \quad (4)$$

Conservation de l'énergie :

$$E + \varepsilon_0 = E' + \varepsilon \quad (5)$$

3) ε_0 est l'énergie de l'électron libre avant le choc :

$$\varepsilon_0 = m.c^2 \quad (6)$$

ε est l'énergie de l'électron après le choc :

$$\varepsilon = E_c + E_p + m.c^2 \quad (7)$$

$E_p = 0$: pas de liaison (libre).
donc :

$$E + mc^2 = E' + E_c + m.c^2 \quad (8)$$
$$E_c = E - E' \quad (9)$$

où : **E** et **E'** sont respectivement l'énergie du photon avant et après le choc.
4) En utilisant la relation 3 et 9, on obtient :
(avec : $\frac{\lambda}{\lambda_c} = \frac{m.c^2}{h.\nu}$)

$$E_c = E - E' = h\nu - h.\nu' = h\nu(1 - \frac{\nu'}{\nu}) \quad (10)$$
$$E_c = h.\nu(1 - \frac{\lambda}{\lambda'}) \quad (11)$$
$$\lambda' = \lambda - \lambda_c(1 - cos(\theta)) \quad (12)$$

donc :

$$E_c = h.\nu(1 - \frac{\lambda}{\lambda + \lambda_c(1 - cos(\theta))}) \tag{13}$$
$$= h.\nu\frac{\lambda_c(1 - cos(\theta))}{\lambda + \lambda_c(1 - cos(\theta))} \tag{14}$$

On factorise par λ_c:

$$E_c = h.\nu\frac{(1 - cos(\theta))}{\frac{m.c^2}{h.\nu} + (1 - cos(\theta))} \tag{15}$$
$$E_c = h^2.\nu^2\frac{(1 - cos(\theta)}{m.c^2 + h.\nu(1 - cos(\theta))} \tag{16}$$

5) Le photon diffusé est détecté sous un angle droit $\theta = 90$ °.
Quantité de mouvement :

$$\vec{p} = \vec{p'} + \vec{\Pi} \longrightarrow \vec{\Pi} = \vec{p} - \vec{p'} \tag{17}$$
$$\Pi^2 = p^2 + p'^2 \longrightarrow \Pi.c^2 = p^2.c^2 + p'^2.c^2 \tag{18}$$

Or :

$$E = p.c \tag{19}$$

et :

$$E' = p'.c \tag{20}$$

Donc :

$$\Pi^2.c^2 = E^2 + E'^2 \tag{21}$$

Énergie :

$$E + \varepsilon_0 = E' + \varepsilon \longrightarrow E + m.c^2 = E' + \sqrt{\Pi^2.c^2 + m^2.c^4} \tag{22}$$
$$(E - E' + m^2.c^2)^2 = \Pi^2c^2 + m^2.c^4 \tag{23}$$
$$E^2 + E'^2 - 2.E.E' + 2.m.c^2.(E - E') = E^2 + E'^2 \tag{24}$$
$$2.m.c^2.E - 2.m.c^2.E' - 2E.E' = 0 \tag{25}$$
$$mc^2.E = E'(E + m.c^2) \tag{26}$$

d'où :

$$E' = \frac{m.c^2.E}{m.c^2 + E} \tag{27}$$

6) De la relation 27 :

$$E' = \frac{E}{1 + \frac{E}{m.c^2}} \tag{28}$$
$$\begin{cases} a & = & 1 \\ b & = & \frac{1}{m.c^2} \end{cases} \tag{29}$$

- $E >> m.c^2 \longrightarrow \frac{E}{m.c^2} >> 1 \longrightarrow E' \approx \frac{E}{\frac{E}{mc^2}} \approx m.c^2$.
- $E = m.c^2 \longrightarrow E' \approx \frac{E}{2}$.
- $E << m.c^2 \longrightarrow \frac{E}{.c^2} \longrightarrow E' \approx E$.

Exercice 13

Des rayons gamma dont les photons dont une énergie de $0,511 Mev$ sont dirigés sur une cible en aluminium et diffusés dans diverses directions par les électrons faiblement liés qui s'y trouvent .

1) Quelle est la longueur d'onde des rayons gamma incidents.
2) Quelle est la longueur d'onde des rayons diffusés à 90° .
3) Quelle est l'énergie des photons diffusés dans cette direction et à 180°. Conclure ?
4) Quelle est l'énergie cinétique des électrons.

Exercice 14

On considère un faisceau lumineux monochromatique de longueur d'onde λ se propageant dans le vide et se dirigeant vers une cible ne contenant que des électrons libres supposés au repos. Soit m_e la masse de l'électron et λ' la longueur d'onde de la lumière diffusée après choc photon-électron. On pose $\alpha = \frac{h}{m_e c\lambda}$.

1) Écrire les équations de conservation de l'impulsion et de l'énergie lors d'un choc photon-électron.
2) Calculer la variation relative de la longueur d'onde

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{(\lambda' - \lambda)}{\lambda}$$

en fonction de α et de l'angle θ que fait la direction du photon diffusé avec celle du photon incident.

3) Calculer l'énergie du photon diffusé E' en fonction de α et θ
4) Exprimer l'angle ϕ que fait la direction de l'électron après le choc avec celle du photon incident en fonction de α et θ.
5) Quelles valeurs prennent λ', E', et ϕ dans le cas où $\theta = \pi/2$?

Exercice 15 — Modèle de Bohr

1) Établir pour un atome hydrogénoïde (noyau de charge + Ze autour duquel gravite un électron), les formules donnant :
   a) Le rayon de l'orbite de rang n.
   b) L'énergie du système noyau-électron correspondant à cette orbite.
   c) Exprimer le rayon et l'énergie totale de rang **n** pour l'hydrogénoïde en fonction des mêmes grandeurs relatives à l'atome d'hydrogène.
2) Calculer en eV et en joules, l'énergie des quatre premiers niveaux de l'ion hydrogènoide Li^{2+}, sachant qu'à l'état fondamentaux, l'énergie đu système noyau-électron de l'atome đ'hydrogène est égale à $-13,6$eV.
3) Quelle énergie doit absorber un ion Li^{2+}, pour que l'électron passe du niveau fondamental au premier niveau excité.
4) Si cette énergie est fournie sous forme lumineuse, quelle est la longueur d'onde $\lambda_{1.2}$ du rayonnement capable de provoquer cette transition ?

$$\begin{array}{ll} \text{On donne : Li(Z = 3)} & \text{IeV} = 1,6.10^{-19}\text{Joules} \\ \text{h} = 6,62 \cdot 10^{34}\ \text{J.s} & \text{c} = 3 \cdot 10^{8}\ \text{m}^{-1} \end{array}$$

Les ondes de De Broglie

Exercice 16 — Expérience de Davisson et Germer

Un faisceau d'électron avec une énergie cinétique de 50eV est envoyé sur une surface de Nickel

1) Quelle est la longueur d'onde des ces électrons?
2) Si on considère que les atomes du Ni s'organisent en réseau cubique avec une séparation de 0.45 nm, calculez le plus grand angle d'incidence avec lequel on peut voir un fort signal d'électrons diffusés.

Exercice 17 — Diffraction sur un cristal

On a réalisé des expériences de diffraction sur un cristal en utilisant divers types de particules :

1) Sachant que la distance inter-atomique d du cristal est de l'ordre de l'angström, quelle doit être la longueur d'onde des rayons X à utiliser ? Quelle est l'énergie des photons correspondant ?
2) On remplace le faisceau de rayons X par des neutrons. A la température T, leur énergie est donnée par $E = \frac{3}{2}k_B T$ Calculer la longueur d'onde λ de l'onde de matière associée aux neutrons ($T = 300$ K). Pourrait-on observer une figure de diffraction ?
3) On utilise à présent des électrons accélérés sous une tension U. Quel doit être l'ordre de grandeur de U pour réaliser l'expérience? Données : $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}$j/K; $h = 6,62 \cdot 10^{-34} j$.j; $m_n = 1,67 \cdot 10^{-27}$Kg; $m_e = 9.10^{-31}$Kg.

Exercice 18 — Diffraction sur un cristal

La fonction d'onde décrivant l'état fondamental de l'électron de l'atome d'hydrogène s'écrit, en coordonnées sphériques:

$$\psi(r) = Ce^{-\frac{r}{a}}$$

où C est une constante réelle et positive et a est le rayon de l'orbite de Bohr : $a = 0,53.10^{-10}$ m

1) Calculer la constante C.
2) Calculer la densité de probabilité de présence de l'électron et tracer son allure.
3) Calculer la probabilité de trouver l'électron entre les deux sphères de rayons r et $r + dr$. Pour quelle valeur de r, cette probabilité est-elle maximale?

Exercice 19

Un faisceau d'électrons monocinétiques d'énergie E arrivent en incidence sur un métal et sont diffractés. Déterminer la longueur d'onde qui leurs sont associées en fonction E et écrire le résultat sous la forme :

$$\lambda_{\text{diff}} = \frac{h}{\sqrt{2mE}}\left(1 + \frac{V_0}{E}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

Exercice 20

1) Considérons un grain de poussière de diamètre $1,0\mu$m, de masse $1,0.10^{-12}$ g, animé d'un mouvement de vitesse moyenne $3,0$ mm/s et mesurons sa position à $0,01\mu$m près. Calculer

les valeurs minimales des incertitudes absolues sur la mesure de son impulsion et de sa vitesse.

2) Un électron se déplace sur une ligne droite. Quelle est la valeur minimale de l'incertitude absolue sur la mesure de sa vitesse si sa position est mesurée à $1,0$.

Exercice 21

1) Calculer la longueur d'onde associée à :
   a) Un grain de poussière (exercice 10).
   b) Un véhicule de longueur $6,0$ m, de masse 3,0 tonnes et animé d'un mouvement rectiligne uniforme de vitesse 60 km/h.
   c) Un neutron thermique se déplaçant à une vitesse de $3,0$ km/s.
   d) Un photon transporté par une lumière de fréquence $6,0.10^{14}$ Hz.

   Dire si le traitement physique de ces systèmes peut relever de la physique classique.
2) En considérant les électrons accélérés sous l'effet d'une tension continue de 100 Volts comme des particules non-relativistes :
   a) calculer la vitesse qu'acquiert chacun d'eux. Conclure.
   b) Calculer la longueur d'onde associée au mouvement de chacun de ces électrons. Conclure.

Exercice 22

Dans un cristal de Cuivre, les électrons de conduction supposés non relativistes ont une énergie cinétique $\mathrm{E_e} = 7,0\mathrm{eV}$.

1) Rappeler la relation de Broglie qui donne la longueur d'onde λ_{DB} associée à une particule matérielle d'impulsion p. La calculer numériquement pour les électrons de conduction du Cuivre. On rappelle que la masse de l'électron et la constante de Planck valent respectivement $m_e = 9,1.10^{-31}$ kg et $h = 6,63.10^{-34}$ J.s.
2) Évaluer d, la distance entre atomes dans le cristal de Cuivre de masse volumique $\rho = 8,9 \cdot 10^3\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$. On fera l'hypothèse que les atomes de Cuivre sont organisés en un réseau cristallin cubique simple dont la maille élémentaire est un cube de côté d aux sommets duquel sont localisés les atomes de Cuivre. On donne la masse d'un atome de Cuivre : $m_{Cu} = 1,06.10^{-25}$ kg.

Exercice 23 — Modèle de Bohr

Dans le modèle de Bohr, l'atome d'hydrogène est constitué d'un électron de masse m décrivant une orbite circulaire autour du noyau supposé fixe.

1) Établir l'expression de l'énergie totale de l'électron, dans l'atome d'hydrogène, en fonction du rayon r de l'orbite, on admettra que l'énergie potentielle électrostatique de l'électron s'annule lorsque celui-ci devient suffisamment loin du noyau.
2) En introduisant la règle des quanta de Bohr, établir l'expression des rayons des orbites quantifiées de l'électron et en déduire les niveaux quantifiés de l'énergie de l'atome d'hydrogène.
3) En utilisant le modèle de Bohr et en appliquant la Loi de Balmer déterminer l'expression et la valeur de la constante de Rydberg théorique et la comparer avec sa valeur empirique. Conclure.
