



Centre de soutien en-ligne

Hamza ICHOU

Thermodynamique I

Inscription ouverte : préparation aux examens :

Les notions abordées dans ce document :

- 1^{er} Principe de la thermodynamique
- 2^{ème} principe
- Les machines thermiques
- Moteur de Diesel et cycle de Beau-de-Rochas



SÉRIE 6 :



Exercice 1

FSA 1984

Partie I : TRANSFORMATIONS RÉVERSIBLES D'UN GAZ.

A - GAZ PARFAIT.

On considère une mole de gaz parfait dont l'équation d'état est : $PV = RT$ à laquelle on fait décrire un cycle constitué par les transformations suivantes :

- de A à B une transformation à pression constante.
- de B à C une transformation à volume constant.
- de C à A une compression adiabatique.

On donne $V_C = 2 V_A$ et $T_B = 2T_A$. On désigne par C_V et C_p les capacités calorifiques molaires qu'on supposera constantes dans le domaine de température étudié.

- 1) Faire un schéma du cycle étudié en coordonnées (P, V) .
- 2) Calculer le travail W_1 et la quantité de chaleur Q_1 échangés par le gaz au cours de la transformation AB .
- 3) Calculer la quantité de chaleur Q_2 échangée au cours de la transformation BC .
- 4) Calculer le travail de compression W_2 reçu par le gaz au cours de la transformation CA en fonction de T_A, T_C et C_V .
- 5) Exprimer le rapport $\frac{T_C}{T_B}$ en fonction de $\frac{T_A}{T_B}$ et de $\frac{V_A}{V_C}$. On rappelle que lors d'une transformation réversible adiabatique, on a : $PV^\gamma = \text{cste}$. où $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$.
- 6) Donner l'expression du rendement $\rho = \left| \frac{W}{Q_1} \right|$, où W désigne le travail effectué par les gaz au cours du cycle, en fonction de : γ, T_A, T_B, V_C et V_A . Calculer numériquement ce rendement. On donne $\gamma = 1,4$.

B- GAZ DE VAN DER WAALS.

On considère une mole de gaz dont l'équation d'état est donnée par: $(P + \frac{a}{V^2})(V - b) = RT$, où a et b sont des constantes qui dépendent de la nature du gaz.

- 1) En utilisant les variables (V, T) , donnez les expressions différentielles dU et dS de l'énergie interne et de l'entropie en fonction de C_V, l, P ou T et les quantités dT et dV .
- 2) Exprimez le coefficient l en fonction de P, a et V .
- 3) Calculez la variation d'énergie interne $\Delta U = U_2 - U_1$ quand on fait passer le gaz de l'état (P_1, V_1, T_1) à l'état (P_2, V_2, T_2) . On suppose que C_V est constant.
- 4) Calculez la variation d'entropie $\Delta S = S_2 - S_1$ au cours de cette même transformation.
- 5) On fait subir à cette mole de gaz une détente adiabatique réversible. Quelle est l'équation de cette adiabatique? Dans le cas où $\frac{a}{V^2} \ll P$ et $b \ll V$, que devient cette équation ? Conclure.

Partie II : CALORIMÉTRIE.

Un calorimètre thermique isole contient une masse d'eau $m_0 = 1\text{Kg}$ à 15°C . On réalise indépendamment l'une de l'autre les deux expériences suivantes. Les résultats de la première sont utilisés dans la deuxième expérience.

- 1) On verse $m = 1\text{Kg}$ d'eau à 65°C dans le calorimètre. La température finale étant $38,80^\circ\text{C}$. Quelle est en cal/degré la capacité calorifique μ du calorimètre.
- 2) On introduit dans le calorimètre un morceau d'aluminium à 45°C de masse $m' = 0,5\text{Kg}$. La température finale est $18,45^\circ\text{C}$. Quelle est en cal/g.degré la chaleur spécifique de l'aluminium C' ? On donne : chaleur spécifique de l'eau $C = 1 \text{ cal/g.degré}$.

Partie III : FORMULE DE CLAPEYRON.

L'état d'un mélange liquide-vapeur dont la masse est égale à l'unité est définie par les deux variables T et x où T est la température du mélange x la masse de la vapeur qui se trouve en équilibre avec le liquide.

- 1) Préciser le domaine de variation de x et faire un schéma en coordonnées (P, V) dans lequel on portera les états $A(T, O)$, $M(T, x)$ et $B(T, I)$.
- 2) On désigne par G_L et G_V les enthalpies libres de l'unité de masse à l'état liquide et à l'état vapeur et par G l'enthalpie libre du mélange.
 - a) Donner l'expression différentielle dG de l'enthalpie libre dans le cas général. Quelle est sa valeur dans le cas d'un système où la température et la pression restent constantes?
 - b) Exprimer G en fonction de G_L, G_V et x . On suppose que la masse de la vapeur a varié de dx , la température étant maintenue constante; donnez l'expression de dG en fonction de dx .
 - c) En déduire que les enthalpies libres G_L et G_V sont égales.
- 3) On fait passer le mélange de l'état (T, x) à l'état $(T + dT, x + dx)$.
 - a) Quelle est la relation entre les variations dG_L et dG_V produites par cette transformation?
 - b) En déduire l'expression de $S_V - S_L$ où S_L et S_V sont les entropies de l'unité de masse à l'état liquide et à l'état vapeur.
 - c) Donnez l'expression de $S_V - S_L$ en fonction de la chaleur latente de changement d'état L .
 - d) En utilisant les deux expressions de $S_V - S_L$, établir la formule de CLAPEYRON.
 - e) Que vaut L au point critique ? Justifiez votre réponse.

Correction de l'exercice 1 :

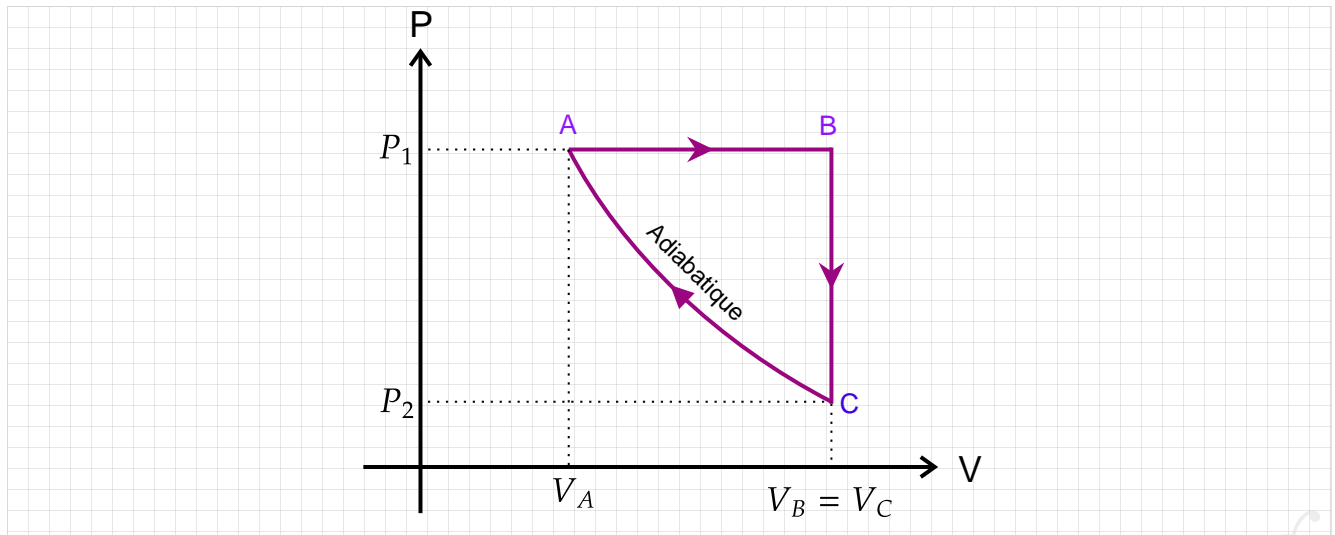
Partie I : TRANSFORMATIONS RÉVERSIBLES D'UN GAZ.

A - GAZ PARFAIT.

Le gaz étudié étant parfait, son équation d'état est :

$$PV = nRT$$

- 1) Le diagramme de Clapeyron est :



- 2) On fait décrire, à une mole du gaz, un cycle ABC représenté sur la figure suivante :
 3) La transformation AB étant isobare ($P_B = P_A$), le travail échangé est :

$$W_1 = P_A (V_A - V_C)$$

A pression constante, on a $\delta Q = C_p dT$, soit

$$Q_1 = C_P (T_B - T_A)$$

- 4) La transformation BC étant isochore ($V_B = V_C$), la quantité de chaleur échangée est :

$$\delta Q = C_V dT$$

Soit

$$Q_2 = C_V (T_C - T_B)$$

transformation CA étant adiabatique, on a : d'où

$$W_2 = C_V (T_A - T_C)$$

- 5) La compression CA étant adiabatique, on peut écrire la relation :

$$T_C = T_A \left(\frac{V_A}{V_C} \right)^{\gamma-1}$$

d'où

$$\frac{T_C}{T_B} = \frac{T_A}{T_B} \left(\frac{V_A}{V_C} \right)^{\gamma-1}$$

- 6) Le rendement du cycle est: $\rho = \left| \frac{W_{\text{cycle}}}{Q_1} \right|$, Q_1 étant la chaleur reçue par le système au cours de la phase AB. Le travail W_{cycle} fourni par le moteur est donné par la relation suivante :

$$W_{\text{cycle}} = -(Q_1 + Q_2)$$

(premier principe) d'où

$$\rho = 1 + \frac{Q_2}{Q_1}$$

soit

$$\rho = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{\left[1 - \left(\frac{T_A}{T_B} \right) \left(\frac{V_A}{V_C} \right)^{\alpha-1} \right]}{\left[1 - \frac{T_A}{T_B} \right]}$$

Application numérique :

$$\frac{T_A}{T_B} = \frac{1}{2}, \quad \frac{V_A}{V_C} = \frac{1}{2}, \quad \gamma = 1,4$$

donc

$$\rho = 11\%$$

B- GAZ DE VAN DER WAALS.

L'équation d'état d'une mole de gaz est donnée par la relation suivante :

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right) (V - b) = RT$$

- 1) L'expression différentielle de l'énergie interne est :

$$dU = C_V dT + (l - P) dV$$

L'expression différentielle de l'entropie est:

$$dS = \frac{C_V}{T} dT + \frac{l}{T} dV$$

- 2) En écrivant que dU et dS sont des différentielles totales exactes, on obtient :

$$\left[\frac{\partial(l - P)}{\partial T}\right]_V = \left(\frac{\partial C_V}{\partial V}\right)_T \quad \text{soit} \quad \left(\frac{\partial l}{\partial T}\right)_V - \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \left(\frac{\partial C_V}{\partial V}\right)_T$$

$$\left[\frac{\partial\left(\frac{l}{T}\right)}{\partial T}\right]_V = \left[\frac{\partial\left(\frac{C_V}{T}\right)}{\partial V}\right]_T \quad \text{soit} \quad \left(\frac{\partial l}{\partial T}\right)_V - \frac{l}{T} = \left(\frac{\partial C_V}{\partial V}\right)_T$$

En comparant ces deux relations, on en déduit :

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{l}{T}$$

soit

$$l = T \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$$

- D'autre part, l'équation d'état peut s'écrire:

$$P = \frac{RT}{V - b} - \frac{a}{V^2}$$

on en déduit :

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{R}{V - b}$$

d'où

$$l = \frac{RT}{V - b} = P + \frac{a}{V^2}$$

- 3) L'expression de dU s'écrit alors :

$$dU = C_V dT + \frac{a}{V^2} dV$$

L'intégration entre deux états 1 et 2 fournit :

$$\Delta U = C_V (T_2 - T_1) + a \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right)$$

- 4) Puisque $l = P + \frac{a}{V^2}$, l'expression de dS devient :

$$dS = C_V \frac{dT}{T} + \frac{R}{V-b} dV$$

intégrons:

$$\Delta S = C_V \log \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + R \log \left(\frac{V_2 - b}{V_1 - b} \right)$$

- 5) La transformation étant adiabatique réversible, on a :

$$\delta Q = C_V dT + l dV = 0$$

Remplaçons l par son expression établie à la question 2°) et divisons les deux membres par C_V :

$$\frac{dT}{T} + \frac{R}{C_V} \cdot \frac{dV}{(V-b)} = 0$$

En supposant que C_V est constant, l'intégration de cette équation donne :

$$T(V-b)^{R/C_V} = \text{cste}$$

Dans le cas où $\frac{a}{V^2} \ll P$ et $b \ll V$, le gaz est parfait. L'équation de l'adiabatique devient:

$$TV^{R/C_V} = \text{cste} \quad \text{avec} \quad \frac{R}{C_V} = \gamma - 1$$

Soit

$$TV^{\gamma-1} = \text{cste}$$

Partie II : CALORIMÉTRIE.

- 1) L'équation calorimétrique est :

$$m_0 C (T_f - T_0) + m C (T_1 - T_1) + \mu (T_f - T_0) = 0$$

Donc, la capacité calorifique μ du calorimètre est :

$$\mu = \frac{1}{(T_0 - T_f)} [m_0 C (T_f - T_0) + m c (T_f - T_1)]$$

Application numérique :

$$\mu = 100,84 \text{ cal/ degré}$$

- 2) Dans ce cas l'équation calorimétrique est :

$$(\mu + m_0 C) (T'_f - T_0) = m' C' (T - T_f)$$

La chaleur spécifique de l'aluminium c'est : $C' = \frac{(\mu + m_0 C)(T'_f - T_0)}{m'(T - T'_f)}$

Application numérique :

$$C' = 0,29 \text{ cal/g} \cdot \text{degr.}$$

Partie III : FORMULE DE CLAPEYRON.

- 1) x et $1 - x$ sont respectivement les masses de vapeur et de liquide contenues dans l'unité de masse du mélange. Leur domaine de variations est : $[0, 1]$.
- $x = 0$, l'état correspondant est liquide.
 - $x = 1$, il s'agit d'un état gazeux.
- L'état représenté par le point $M(T, x)$. se trouve sur la courbe de saturation.

- 2) a) L'expression différentielle dG de l'enthalpie libre est :

$$dG = d(U - TS + PV) = -SdT + VdP$$

Dans le cas où $P = \text{cste}$ et $T = \text{cste}$, on a : $dG = 0$

- b) L'enthalpie libre G du mélange peut s'écrire :

$$G = xG_V + (1 - x)G_L$$

G_L et G_V sont les enthalpies libres de l'unité de masse respectivement à l'état liquide et à l'état vapeur. Si la masse de la vapeur a varié de dx , l'enthalpie libre du mélange varie de :

$$dG = (G_V - G_L) dx$$

- c) Pendant le changement d'état, P et T sont constants :

$$dG = (G_V - G_L) dx = 0 \quad \text{d'où} \quad G_V = G_L$$

- 3) a) Les enthalpies libres G_L et G_V étant égales ($G_L = G_V$ à (T, P)) il s'ensuit que : $dG_L = dG_V$, où, en explicitant ces différentielles :

$$V_L dP - S_L dT = V_V dP - S_V dT \quad \text{à} \quad (T + dT, P + dP)$$

- b) dG_L étant égale à dG_V , on obtient :

$$S_V - S_L = (V_V - V_L) \frac{dP}{dT}$$

- c) La chaleur latente de changement d'état est:

$$L = T(S_V - S_L) \quad \text{on} \quad L = T(V_V - V_L) \frac{dP}{dT}$$

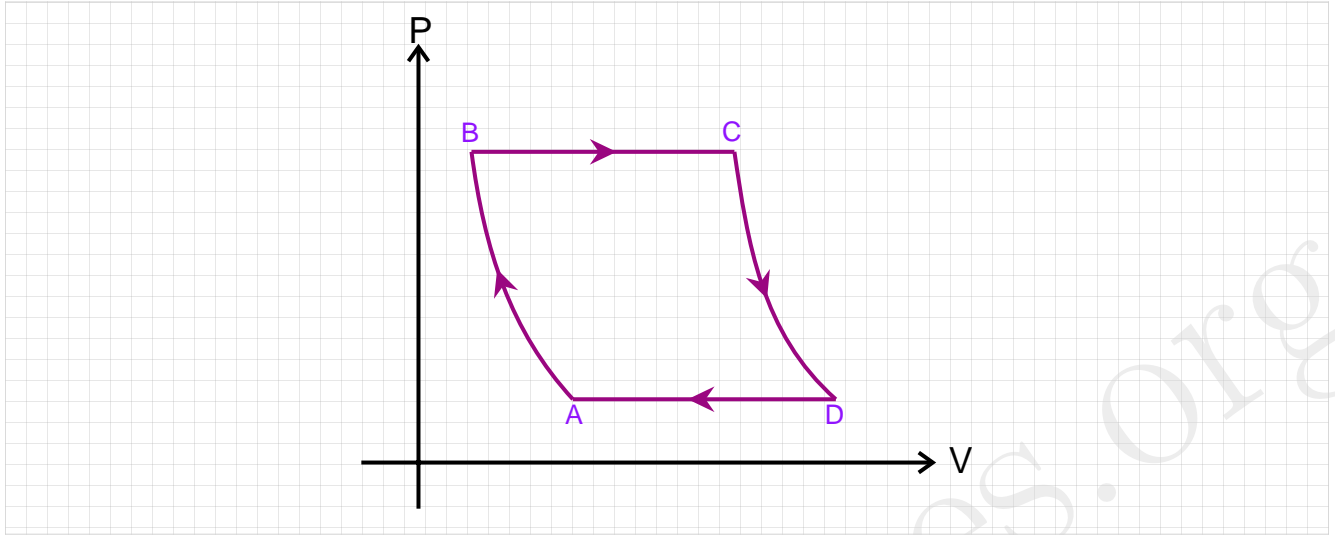
- d) En utilisant les deux expressions de $(S_V - S_L)$, on obtient :

$$L = T(V_V - V_L) \frac{dP}{dT} \quad (\text{Formule de Clapeyron})$$

- e) L décroît quand la température augmente et s'annule pour la valeur de $T = T_C$. En effet pour $T = T_C$ la différence $(V_V - V_L)$ tend vers zéro tandis que $\frac{dP}{dT}$ reste finie.

I - PREMIER ET SECOND PRINCIPE

Une mole d'air considéré comme gaz parfait décrit le cycle réversible suivant, où AB et CD sont adiabatiques. On désigne par C_P et C_V les capacités calorifiques molaires.



- 1) Exprimer les quantités de chaleur échangées au cours des quatre transformations. Donner le signe de ces quantités de chaleur.
- 2) En déduire l'expression du rendement η du cycle en fonction des températures T_A, T_B, T_C et T_D .
- 3) Exprimer le rendement en fonction de γ et du rapport de compression $\rho = \frac{P_B}{P_A}$.
- 4) Calculer les travaux mis en jeu au cours des quatre transformations en fonction des différentes températures. Vérifier que $W_{\text{total}} + Q_{\text{totale}} = 0$.
- 5) A.N. : Calculer le rendement η sachant que $\gamma = 1,4$ et que $\rho = 5$. La température en A est de 0°C et la température maximale est de 800°C , comparer ce rendement à celui que l'on obtiendrait à l'aide d'un cycle de Carnot fonctionnant entre les températures limites. 6°) Vérifier que la variation d'entropie au cours du cycle est nulle. $\Delta \text{Cycle} = 0$.

II - CALORIMÉTRIE

- 1) Un calorimètre contient une masse $m_e = 500$ g d'eau à la température $t_o = 15^\circ\text{C}$. Un bloc métallique de masse $m = 76$ g sorti d'une étuve où la température est $t_1 = 99,5^\circ\text{C}$ est plongé dans le calorimètre. La température finale est $t_f = 16,1^\circ\text{C}$. Calculer la chaleur massique C_1 du métal. on donne: chaleur massique de l'eau : $C_e = 1$ cal/g.degré. valeur en eau du calorimètre $\mu = 130$ g.
- 2) Un cylindre fait du même métal que le bloc, dont la température est t_o , est thermiquement isolé. A l'intérieur de ce cylindre se trouve une spirale de chauffage en platine, isolée électriquement. On maintient aux bornes de la spirale une tension constante $V = 12$ volts pendant une période $\tau = 1mn40$ s. La résistance vaut $R_o = 80\Omega$ et la température finale est $t_2 = 19^\circ\text{C}$. On néglige la capacité calorifique de la spirale. Calculer la chaleur massique C_2 du métal. Masse du cylindre $m = 80$ g.

Correction de l'exercice 2 :

I - PREMIER ET SECOND PRINCIPE

Le gaz considéré vérifie la loi des gaz parfaits :

$$PV = nRT$$

- 1) Au cours de la transformation adiabatique AB, la chaleur échangée avec le milieu extérieur est nulle.

$$Q_{AB} = 0$$

La transformation BC étant isobare ($P = \text{cste}$), la quantité de chaleur élémentaire échangée, pour une mole de gaz, est : $\delta Q = C_P dT$, soit :

$$Q_{BC} = C_P (T_C - T_B)$$

La détente CD étant adiabatique, on a :

$$Q_{CD} = 0$$

La transformation DA étant isobare ($P = \text{cste}$), la quantité de chaleur échangée est :

$$Q_{DA} = C_P (T_A - T_D)$$

- 2) Le rendement η du cycle est défini par le rapport positif : recette-dépense, soit :

$$\eta = -\frac{W}{Q_{BC}}$$

or d'après le premier principe :

$$(W + Q_{BC} + Q_{DA})_{\text{cycle}} = 0 \quad \text{soit} \quad W = -(Q_{BC} + Q_{DA})$$

et

$$\eta = 1 + \frac{Q_{DA}}{Q_{BC}} = 1 + \frac{(T_A - T_D)}{(T_C - T_B)}$$

$$T_A P_A^{(1-\gamma)/\gamma} = T_B P_B^{(1-\gamma)/\gamma} \quad \text{et} \quad T_D P_D^{(1-\gamma)/\gamma} = T_C P_C^{(1-\gamma)/\gamma}$$

D'autre part, le long des transformations BC et DA, on a : $P_B = P_C$ et $P_D = P_A$ d'où

$$\eta = 1 + \frac{(T_A - T_D)}{(T_C - T_B)} = 1 - \left(\frac{P_B}{P_A}\right)^{(1-\gamma)/\gamma}$$

On pose $\rho = \frac{P_B}{P_A}$ l'expression de η devient :

$$\eta = 1 - \rho^{(\gamma-1)/\gamma}$$

- 3) La transformation AB étant adiabatique ($Q = 0$), le travail échangé au cours de cette transformation est :

$$W_{AB} = \Delta U_{AB}$$

or, le gaz suit la loi des gaz parfaits, $PV = RT$, donc:

$$W_{AB} = C_V (T_B - T_A) = \frac{1}{\gamma - 1} (P_B V_B - P_A V_A)$$

La transformation BC étant isobare ($P = \text{cste}$), le travail échangé est :



$$W_{BC} = - \int_{V_B}^{V_C} P_B dV = (P_B V_B - P_C V_C)$$

Détente adiabatique CD , le travail échangé est:

$W_{CD} = \frac{1}{\gamma-1} (P_D V_D - P_C V_C)$ (par analogie avec la relation [1]) Transformation isobare DA . D'après la relation [2], on a :

$$W_{DA} = (P_D V_D - P_A V_A)$$

La travail total effectué au cours du cycle est :

$$W_{\text{cycle}} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA}$$

$$= \frac{1}{\gamma-1} (P_B V_B - P_A V_A) + (P_B V_B - P_C V_C) + \frac{1}{\gamma-1} (P_D V_D - P_C V_C) + (P_D V_D - P_A V_A)$$

d'où

$$W_{\text{cycle}} = \frac{\gamma}{\gamma-1} [(P_B V_B - P_A V_A) - (P_C V_C - P_D V_D)]$$

La quantité de chaleur échangée au cours du cycle est :

$$Q_{\text{cycle}} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD} + Q_{DA} = 0 + C_P (T_C - T_B) + 0 + C_P (T_A - T_D)$$

Soit

$$Q_{\text{cycle}} = \frac{\gamma}{\gamma-1} [(P_C V_C - P_B V_B) + (P_A V_A - P_D V_D)] = -W_{\text{cycle}}$$

Pour l'ensemble des transformations du cycle, on a :

$$W_{\text{cycle}} + Q_{\text{cycle}} = 0 \quad \text{soit} \quad \Delta U_{\text{cycle}} = 0.$$

4) Application numérique :

$$\gamma = 1,4; \quad \rho = 5 \quad \text{d'où} \quad \eta = 37\%$$

Dans le cas d'un cycle de Carnot fonctionnant entre $T_A = 0^\circ\text{C}$ et $T_{\text{max}} = 800^\circ\text{C}$, le rendement est:

$$\eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_A}{T_{\text{max}}}$$

Application numérique :

$$\eta_{\text{Carnot}} = 75\% > \eta \text{ du cycle ABCD}$$

5) La variation d'entropie est : pour une transformation adiabatique et réversible :

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = 0, \quad \text{donc} \quad \Delta S = 0$$

pour une transformation isobare :

$$dS = \frac{dQ}{T} = C_p \frac{dT}{T}, \quad \text{donc} \quad \Delta S = C_p \log \frac{T_{\text{final}}}{T_{\text{initial}}}$$

Appliquons ces résultats aux différentes transformations du cycle :

$$\Delta S_{AB} = 0, \quad \Delta S_{BC} = C_p \log \frac{T_C}{T_B}, \quad \Delta S_{CD} = 0, \quad \Delta S_{DA} = C_p \log \frac{T_A}{T_D}$$

$$\text{d'où} \quad \Delta S_{\text{cycle}} = C_p \log \frac{T_C}{T_B} + C_p \log \frac{T_A}{T_D} = C_p \log \frac{T_C \cdot T_A}{T_B \cdot T_D}$$

tenant compte de l'égalité $\frac{T_C}{T_D} = \frac{T_B}{T_A}$ (voir question 3°)), on obtient :

$$\Delta S_{\text{cycle}} = 0$$

dS étant une différentielle totale exacte, son intégration ne dépend que de l'état initial: l'état final.

II - CALORIMÉTRIE

1°) On plonge un bloc métallique de masse $m = 76 \text{ g}$ et de température $t_1 = 99,5^\circ\text{C}$, dans un calorimètre contenant une masse $m_e = 500 \text{ g}$ d'eau à la température $t_0 = 15^\circ\text{C}$. La température finale étant $t_f = 16,1^\circ\text{C}$, l'équation calorimétrique est :

$$C_e(\mu + m_e)(t_f - t_0) + mC_1(t_f - t_1) = 0$$

La chaleur massique est donc :

$$C_1 = \frac{C_e(\mu + m_e)(t_e - t_0)}{m(t_1 - t_f)}$$

Application numérique :

$$C_1 = 0,109 \text{ cal/g.degré}$$

2°) L'équation calorimétrique est :

$$Q = P.t \quad mC_2(t_2 - t_0) = V, I, \tau = \frac{V^2}{R}\tau$$

d'où :

$$C_2 = \frac{V^2\tau}{Rm(t_2 - t_0)}$$

Les problèmes I et II sont indépendants .

Partie I

- 1) Écrire l'expression de la quantité δQ mise en jeu par v moles d'un fluide homogène monophasé au cours d'une transformation réversible élémentaire :
 - a) En fonction des variations dT et dV de la température et du volume.
 - b) En fonction des variations dT et dP de la température et de la pression.
- 2) En déduire que :
 - a) $h = -v (C_{MP} - C_M) \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_V$
 - b) $C_{MP} - C_{MV} = \frac{TV\alpha^2}{vX_T}$. On donne : $h = -T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$
- 3) Cas d'un gaz parfait :
 - a) Calculer h et $C_{MP} - C_{Mv}$
 - b) Établir la relation entre T et P que vérifie un tel gaz au cours d'un processus réversible adiabatique. On supposera que C_{MP} est indépendante de T et l'on posera $\gamma = \frac{C_{MP}}{C_{MV}}$
 - c) Calculer, à l'aide du 1^{er} principe de la thermodynamique, le travail adiabatique W qu'il faudrait dépenser pour comprimer v moles de ce gaz de l'état (P_i, V_i, T_i) à l'état (P_f, V_f, T_f) .

Partie II

Assimilons l'air atmosphérique à un gaz parfait diatomique, de masse molaire $M = 29$ g et de rapport $\gamma = \frac{C_{MP}}{C_{MV}} = 1,4$ dans tout le domaine de la température. On notera par P, ρ et T , la pression, la masse volumique et la température de l'air à l'altitude z et on donne :
 $\overset{a}{z} = 0, \quad P_0 = 10^5$ Pa, $T_0 = 300^\circ\text{K}$.

- 1) Montrer, à l'aide de l'équation de la statique des fluides reliant dP à dz , que la différentielle de la pression est donnée par la relation

$$\frac{dP}{P} = -\frac{Mg}{RT} dz$$

- 2) Aux altitudes comprises entre $z = 0$ et $z = 10$ km (TROPOSPHÈRE) des mouvements ascendants, et descendants de grandes masses d'air se produisent continuellement. Ces masses d'air se détendent et se refroidissent lorsqu'elles s'élèvent; elles se compriment et se réchauffent lorsqu'elles descendent.
 - a) En supposant ce processus réversible et adiabatique, montrer qu'à l'aide de l'équation (E) et de l'équation différentielle reliant $\frac{dT}{T}$, et $\frac{dP}{P}$, que la température T est fonction linéaire de l'altitude z : $T = T_0 - Kz$ où $K = -\frac{dT}{dz} =$ constante positive à déterminer numériquement. On donne pour cela : $R = 8,32$ JMole⁻¹ K⁻¹ et $g = g_0 = 10$ m/s².
 - b) Intégrer l'équation différentielle (E) et donner l'expression de P à toute altitude z . (On supposera que $g = \text{cste}$ pour $z \leq 10$ KM).
 - c) A.N : Calculer P et n , la pression et la densité moléculaire à l'altitude $z = 10$ KM. On donne : $N = 6.10^{23}$.

On désignera par γ (supposé constant) le rapport des capacités thermiques molaires isobare C_P et isochores C_V avec $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$.

Dans le problème, les gaz sont assimilés à des gaz parfaits de rapport $\gamma = 7/5$ constant. Les transformations sont considérées comme mécaniquement réversibles. On compare les efficacités des cycles moteurs de Carnot et de Beau de Rochas.

QUESTION DE COURS :

Un corps pur de masse unité est caractérisé par une fonction d'état :

$$f(P, V, T) = 0.$$

La quantité de chaleur δQ échangée avec le milieu extérieur, au cours d'une transformation réversible s'écrit :

$$\delta Q = C_V dT + l dV$$

$$\delta Q = C_P dT + h dP$$

$$\delta Q = \lambda dP + \mu dV$$

- 1) En utilisant les deux principes de la thermodynamique, démontrer que

$$l = T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V ; \quad \left(\frac{\partial C_V}{\partial V} \right)_T = T \left(\frac{\partial^2 P}{\partial T^2} \right)_V$$

$$h = -T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \quad \text{et} \quad \left(\frac{\partial C_P}{\partial P} \right)_T = -T \left(\frac{\partial^2 V}{\partial T^2} \right)_P$$

- 2) Démontrer que : $C_P - C_V = T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$ et que $C_P > C_V$.
- 3) Démontrer que $\chi_s = \frac{1}{\gamma} \chi_T$ avec χ_T est le coefficient de compressibilité isentropique $-\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$ χ_s est le coefficient de compressibilité isentropique $-\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_s$ et $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$

PROBLÈME :

On fait décrire de façon réversible un cycle de Carnot ABCD à une masse m constante de gaz parfait. Les chaleurs massiques C_P et C_V seront considérées comme indépendantes de la température : Les transformations isothermes sont : AB et CD Les transformations adiabatiques sont : BC et DA .

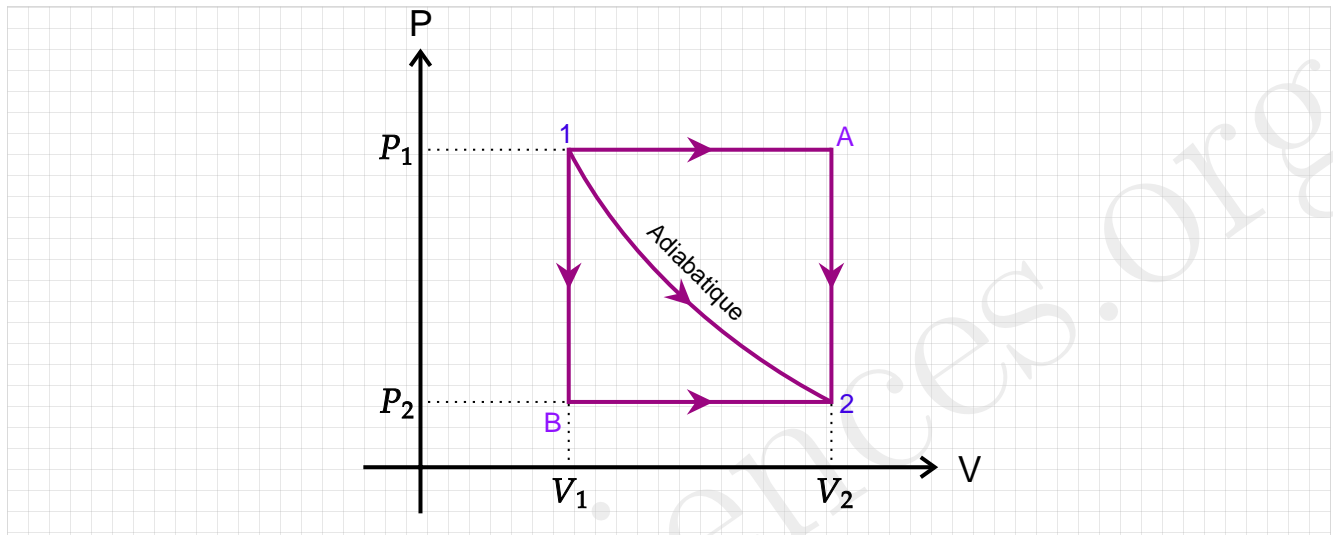
- 1) Montrer que le long des isothermes, l'énergie interne du gaz reste constante et que le long des adiabatiques l'entropie du gaz reste constante ($dS = \frac{\delta Q}{T}$)
- 2) Au cours du passage de l'état A à l'état B par l'isotherme AB le gaz subit une variation d'entropie $\Delta S = S_B - S_A$. Exprimer ΔS en fonction de la variable V puis de la variable P .
- 3) En utilisant le couple de variable (P, V) donner l'expression générale de la variation d'entropie subie par une masse de gaz parfait au cours d'une transformation réversible quelconque. - Même question avec le couple de variable (T, V) . - Retrouver les formules de Laplace.
- 4) La masse $m = 1$ kg de gaz parfait occupe à l'état initial un volume sachant que $V_B = \frac{1}{5} V_A$, $\frac{C_P}{C_V} = 1,4$
 - a) Calculer le travail W_{AB} au cours de la compression AB .
 - b) En prenant l'entropie S_A du gaz à l'état A comme étant égale à zéro ($S_A = 0$). Calculer l'entropie S_B du gaz à l'état B .
 - c) Calculer P_C sachant que $V_B = 2V_C$ et $T_C = T_l$
 - d) Calculer le travail de compression W_{BC} .

- e) Calculer la variation d'entropie, ΔS entre les états C et A
- f) Déterminer P_D et V_D du gaz à l'état D .
- g) Calculer le travail total effectué par le moteur au cours d'un cycle de fonctionnement ainsi que ΔS total.

Calculer le rendement du cycle de deux façons différentes. Rappels: *'équation d'état du gaz parfait est : $PV = \frac{m}{M}RT$. R est la constante des gaz parfaits, M est la masse molaire. * $C_p - C_V = \frac{R}{M}$

Be In Sciences.Org

- 1) Une masse $m = 600$ g d'un mélange idéal de gaz parfaits passe de l'état 1 à l'état 2 par une détente adiabatique réversible. Calculer la pression P_2 et la variation de température ΔT du gaz au cours de cette détente, connaissant $P_1 = 10^5 \text{ Pa}$, $V_1 = \frac{1}{4}V_2 = 0,5 \text{ m}^3$, $T_1 = 300 \text{ K}$, $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = 1,4 = \text{cte}$ et $R = 8,31 \text{ J/mole.K}$
- 2) Calculer numériquement la masse molaire M , C_V , et C_P du mélange.
- 3) En partant de l'expression du travail élémentaire $dW = -PdV$ et de l'une des relations de LAPLACE, établir l'expression du travail de détente W_{1-2} en fonction de P_1, P_2, V_1, V_2 et γ .
- 4) On envisage maintenant deux autres séries de deux transformations (Voir fig)
1- A (Isobare) A- 2 (Isochore) 1-B (Isochore) B-2 (Isobare)



permettant de faire passer le mélange de 1, à 2. Calculer :

- a) les quantités de chaleur Q_{1A2} et Q_{1B2} .
 - b) Les travaux W_{1A2} et W_{1B2} . Interpréter graphiquement leur différence.
 - c) La variation d'énergie interne du mélange au cours des transformations IA2 et 1 B2. Que remarque-t-on?
- 5) Démontrer mathématiquement que δQ (par 1A2 et 1B2) n'est pas différentielle totale exacte.
 - 6) Sachant que le mélange est constitué de deux gaz parfaits X et Y, que $m_X = 5m_Y$ et $M_X = \frac{M_Y}{2}$. Calculer :
 - a) Les masses molaires M_X et M_Y .
 - b) Les pressions partielles P_X et P_Y des deux gaz dans l'état 1.
 - 7) Le volume total V_2 de l'état 2 restant constant, on sépare réversiblement les deux gaz d l'aide de parois semi-perméables. Démontrer que les pressions P_X et P_Y des deux gaz séparés, peuvent être égales. Calculer les volumes V_X et V_Y de chacun des gaz séparés, dans ces conditions.

Exercice 6

Cycles moteurs de Carnot et de Beau-de Rochas et Otto

Partie I : Machine ditherme

Une masse m de gaz, constituée principalement d'air, subit un cycle moteur entre deux sources thermiques, l'une la source froide à la température $T_f = 290 \text{ K}$, l'autre la source chaude à la température $T_c = 1450 \text{ K}$.



- Exprimer les bilans d'énergie et d'entropie au cours d'un cycle. On introduira les quantités algébriques suivantes, relatives à un cycle : W, Q_f, Q_c, S_p ; W est le travail reçu (algébriquement) par le fluide (si $W > 0$, il est effectivement reçu par le fluide, si $W < 0$, il est effectivement fourni par le fluide). De même Q_f est la chaleur reçue par le fluide de la part de la source froide ; Q_c est la chaleur reçue par le fluide de la part de la source chaude. S_p désigne l'entropie produite.
- Rappeler les signes de W, Q_f, Q_c, S_p dans ce cas du moteur thermique.
- Établir l'expression de l'efficacité η du moteur (appelée aussi rendement thermodynamique ou même souvent très improprement : rendement), en fonction de T_c, T_f, Q_c et S_p .
- Le cas idéal:
 - ★ Démontrer l'existence d'une efficacité maximale pour un moteur ditherme les températures T_c, T_f étant fixées et donner l'expression de cette efficacité maximale η_C (encore appelée : rendement de Carnot). Calculer sa valeur numérique ici.
 - ★ Justifier la nature des transformations dans ce cycle ditherme à efficacité maximale ou cycle de Carnot (exemple: isotherme, adiabatique réversible, adiabatique irréversible, isochore, isobare...etc).
 - ★ Que penser de la durée d'une transformation isotherme. Que peut-on alors prévoir quant à la puissance théorique fournie par un moteur fonctionnant selon un cycle de Carnot. Conclure.
- On compare deux moteurs dithermes, fonctionnant avec les mêmes sources T_c et T_f pour une même quantité de chaleur Q_c .
 - ★ Le premier fonctionne selon le cycle théorique de Carnot. Quel est le travail fourni par ce moteur W'_{rev} en fonction de Q_c, T_c et T_f .
 - ★ Pour le second, on donne la valeur de S_p . Quel est le travail fourni par ce moteur W'_{ir} en fonction de Q_c, T_c, T_f et S_p .
 - ★ On décide de définir le rendement de ce second moteur par $r = \frac{W'_{ir}}{W'_{rev}}$ (rendement exergétique). Justifier cette définition. Exprimer le rendement en fonction de η et η_C puis en fonction de Q_c, T_c, T_f et S_p .
- Application numérique: Sachant que le rendement (exergétique) vaut $r = 0,94$ et que le moteur fournit un travail de 15 kJ par cycle, calculer Q_c, Q_f et S_p .

Partie II : Entropie d'un gaz parfait

- Établir l'expression de la variation élémentaire de l'entropie d'un gaz parfait monoatomique en fonction de sa température T et de sa pression P . Montrer que l'entropie du gaz peut s'écrire : $S(P, T) = \alpha(-\ln P + \beta \ln T) + S_0$. α étant un coefficient que l'on exprimera, en fonction du nombre n de moles et de la constante R des gaz parfaits, et β un facteur que l'on déterminera en fonction de γ . S_0 désigne une constante dont on ne s'occupe pas ici.
- Déduire de l'expression obtenue pour S , la relation faisant intervenir γ entre la pression P et la température T d'un gaz parfait diatomique au cours d'une évolution isentropique.
- A partir du résultat précédent, retrouver la relation entre la pression et le volume d'un gaz parfait diatomique au cours d'une évolution isentropique.

Partie III : Cycle de Beau de Rochas et Otto

Une masse $m = 2,9$ g de gaz parfait (air), dont la masse molaire vaut $M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$, suit une évolution cyclique $ABCD$, constituée de deux portions adiabatiques réversibles, AB et CD , séparées par deux portions isochores, BC et DA .

En A , le gaz est à la température de la source froide donc $T_A = T_f = 290$ K sous une pression $P_A = 1$ bar .

En C le gaz est à la température de la source chaude donc $T_C = T_c = 1450$ K sous une pression

P_C Le taux de compression $\alpha = V_A/V_C$ a pour valeur $\alpha = 8$.

10. Quel est le nombre n de moles de gaz décrivant le cycle ?
11. Représenter avec soin le cycle $ABCD$ dans le diagramme de Clapeyron (P, V). Justifier le sens dans lequel le cycle est décrit. Quel qualificatif doit on attribuer à la transformation BC : compression, refroidissement, détente, chauffage? Préciser aussi: réversible, irréversible? Justifier. Idem pour la transformation DA .
12. Exprimer puis calculer les pressions, en bar, P_C, P_B et P_D en C, B et D .
13. Efficacité:
 - Donner l'expression de la quantité de chaleur échangée Q_c avec la source chaude pendant un cycle en fonction de n, R, T_c, T_f, γ et α .
 - Donner l'expression de la quantité de chaleur Q_f échangée avec la source froide pendant un cycle.
 - Exprimer l'efficacité η de ce cycle moteur en fonction de γ et α . Application numérique.
 - Déterminer le rendement (exergétique) de ce moteur.

Partie VI : Entropie créée au cours du cycle

14. Donner l'expression de $S(P_C, T_C) - S(P_A, T_A)$ et en déduire la variation d'entropie du gaz au cours de la transformation BC .
 15. Donner en fonction des données l'expression de l'entropie créée au cours de la transformation BC .
 16. Donner en fonction des données l'expression de l'entropie créée au cours de la transformation DA .
 17. Retrouver le rendement (exergétique) en utilisant la formule démontrée précédemment exprimant le rendement (exergétique) en fonction de Q_c, T_c, T_f et S_p .
-

1 Première partie

Un moteur fonctionne par compression et détente d'un gaz parfait dans un cylindre selon le cycle constitué de quatre phases. Le rapport $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = 1,40$ est supposé indépendant de la température T . Le volume varie entre V_1 et V_2 . Le volume maximal a pour valeur $V_1 = 60 \text{ dm}^3$ et le volume minimal $V_2 = 10 \text{ dm}^3$.

A. Première phase ($1 \rightarrow 2$)

Le gaz, admis à la température $T_1 = 300 \text{ K}$ sous la pression $P_1 = 1,00 \text{ bar}$ dans le cylindre au volume V_1 est comprimé de façon isotherme jusqu'au volume minimal V_2 .

1. Déterminer la pression atteinte P_2 .
2. Calculer le travail de compression $W_{1 \rightarrow 2}$ ainsi que la chaleur $Q_{1 \rightarrow 2}$ reçue par le gaz.

B. Deuxième phase ($2 \rightarrow 3$)

Le gaz est ensuite chauffé jusqu'à la température T_3 , de façon réversible à pression constante. Le volume en fin d'échauffement est égal à $V_3 = 30 \text{ dm}^3$.

3. Déterminer la température T_3 .
4. Calculer la chaleur $Q_{2 \rightarrow 3}$ et le travail $W_{2 \rightarrow 3}$ reçus par le gaz.

C. Troisième phase ($3 \rightarrow 4$)

Le gaz subit ensuite une détente adiabatique et réversible qui le ramène au volume initial V_1 .

3. Déterminer la température T_4 .
4. Calculer la chaleur $Q_{3 \rightarrow 4}$ et le travail $W_{3 \rightarrow 4}$ reçus par le gaz.

D. Quatrième phase ($4 \rightarrow 1$)

Enfin, le gaz est ramené à l'état initial P_1, V_1 par une transformation isochore au contact d'une seule source extérieure de température T_1 .

7. Représenter l'allure du cycle en diagramme de Clapeyron $P - V$.
8. Calculer numériquement le rendement thermodynamique (ou efficacité) du cycle moteur.

2 Deuxième partie

9. En prenant pour origine l'entropie du gaz dans son état initial ($S_1 = 0$), déterminer l'entropie du gaz dans chacun des états 2,3 et 4.
10. Représenter l'allure du cycle en diagramme entropique $T - S$: températures en ordonnée et entropies en abscisse.
11. Pour chaque phase du cycle, déterminer les entropies échangées avec le milieu extérieur ainsi que les entropies créées.

3 Troisième partie

L'apport d'énergie sous forme de chaleur dans la phase ($2 \rightarrow 3$) est réalisé grâce à une combustion interne. Le piston contient initialement de l'air que l'on assimilera à un mélange gazeux contenant 80% de diazote et 20% de dioxygène.

Dans cette phase ($2 \rightarrow 3$) du fuel est injecté à la pression constante P_2 . On assimilera le fuel à un hydrocarbure saturé de formule brute C_9H_{20} . Les produits de combustion sont le dioxyde de carbone et la vapeur d'eau. Tous les gaz seront considérés comme parfaits, de rapport $\gamma = 1,40$ indépendant de T . L'enthalpie molaire de combustion du fuel dans l'oxygène a pour valeur $\Delta_r H = -5,7 \text{ MJ} \times \text{mol}^{-1}$, elle sera supposée indépendante de la température.

12. Quelle est la masse de fuel maximale que l'oxygène peut brûler complètement à chaque cycle ?
13. A quelle masse de fuel brûlé correspond le cycle étudié précédemment ?
14. Déterminer l'enthalpie de formation du fuel à partir des éléments simples. On donne : $\Delta_f H (\text{CO}_2) = -393,5 \text{ kJ}^2 \times \text{mol}^{-1}$, $\Delta_f H (\text{H}_2\text{O}_{\text{gaz}}) = -242,5 \text{ kJ} \times \text{mol}^{-1}$.
15. La combustion chimique a modifié les quantités de matière gazeuse dans le piston. En quoi cela modifie-t-il la suite du cycle moteur?
16. Comparer le nouveau rendement en tenant compte de cette modification des quantités de matière gazeuse dans le cylindre au rendement précédent (on supposera que le fuel introduit brûle totalement).

4 Quatrième partie

17. La présence de dioxyde de carbone et de vapeur d'eau dans les produits de réaction oblige à changer de modèle de gaz. La capacité thermique molaire des gaz à volume constant doit être considérée comme une fonction affine de la température, $C_V = A + BT$. Les gaz étant toujours supposés parfaits, expliciter la fonction $\gamma(T)$.
 18. De quelle façon la loi de Laplace est-elle modifiée par cette nouvelle hypothèse? On recherchera, dans un premier temps la relation entre V et T , puis la relation entre P et V .
-

On étudie dans ce problème le cycle thermodynamique d'une machine motrice ditherme qui fonctionne au contact de deux thermostats dont les températures sont respectivement notées T_{froid} pour le thermostat le plus froid (noté Σ_F) et T_{chaud} pour le thermostat le plus chaud (noté Σ_C). Le système que l'on considère au cours du cycle est une masse m d'air assimilable à un gaz parfait dont le rapport de capacités thermiques est noté γ .

On note W la quantité d'énergie échangée sous forme de travail avec le milieu extérieur par le système au cours d'un cycle. Q_{froid} et Q_{chaud} sont respectivement les quantités d'énergie échangées sous forme de chaleur par le système avec Σ_F et Σ_C au cours d'un cycle. Données :

- Masse d'air décrivant le cycle : $m = 1$ kg.
- Rapport de capacités thermiques de l'air: $\gamma = 1,4$.
- Constante des gaz parfaits : $R = 8,32 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.
- Masse molaire de l'air: $M_{\text{air}} = 29 \text{ g mol}^{-1}$.
- Température de la source froide (atmosphère) : $T_{\text{froid}} = 290 \text{ K}$.
- Température de la source chaude : $T_{\text{chaud}} = 950 \text{ K}$.
- Pression basse : $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$.
- Pression haute : $P_1 = 10^6 \text{ Pa}$.

⚠ Dans la suite: exprimer en fonction des données signifie : donner une réponse littérale en fonction de $m, \gamma, R, M_{\text{air}}, T_{\text{froid}}, T_{\text{chaud}}, P_0, P_1$:

I. Questions préliminaires

A. Généralités sur les moteurs

1. Quels sont les signes de W, Q_{froid} et Q_{chaud} dans la convention thermodynamique ?
2. Définir l'efficacité (appelée aussi: rendement thermodynamique) (notée η) du moteur.
3. On désigne l'entropie produite au cours d'un cycle par S_{cycle}^p . À partir de l'écriture du premier et deuxième principes de la thermodynamique sur le cycle, établir l'expression de l'efficacité et montrer que l'efficacité maximale du moteur est obtenue pour un fonctionnement réversible. Donner l'expression de cette efficacité maximale en fonction des températures des sources.

B. Gaz parfait

4. Rappeler la relation de Mayer pour un gaz parfait qui relie les capacités thermiques molaires C_V à volume constant et C_P à pression constante et la constante R . Retrouver l'expression de C_V et celle de C_P en fonction de R et de γ .
5. Retrouver l'expression de la variation d'énergie interne massique (pour une masse unité) Δu entre deux états d'équilibre quelconques en fonction de $R, M_{\text{air}}, \gamma$ et ΔT (la variation de température entre les deux états).
6. En déduire l'expression de la variation d'enthalpie massique Δh entre deux états d'équilibre quelconques en fonction des mêmes grandeurs.

II. Thermodynamique du moteur

La masse d'air m subit dans le moteur la succession de transformations suivante :

- a. Une transformation d'un état d'équilibre noté A à un état d'équilibre noté B , qui fait passer la pression d'une valeur basse P_0 à une valeur haute P_1 . Les températures et les volumes dans l'état A et dans l'état B sont respectivement $T_A = T_{\text{froid}}, V_A, T_B = T_{\text{froid}}$ et V_B . À

ce stade rien n'est dit sur la nature ni la réalisation de cette transformation. On indique seulement qu'il n'y a pas, au cours de cette transformation, d'échange d'énergie thermique avec le thermostat Σ_C mais il peut y en avoir avec Σ_F . On sait aussi que le gaz dans l'état A et dans l'état B est en équilibre thermique avec le thermostat Σ_F . De plus, on note W_{AB} la quantité d'énergie échangée sous forme de travail par le système au cours de cette transformation inconnue $A \rightarrow B$.

- Un échauffement monobare au contact du thermostat Σ_C de l'état d'équilibre B à l'état d'équilibre C . La température, le volume et la pression de l'état C sont respectivement $T_C = T_{\text{chaud}}$, V_C et $P_C = P_1$.
- Une détente adiabatique réversible qui fait passer le gaz de l'état d'équilibre C à l'état d'équilibre D . La température, le volume et la pression de l'état D sont respectivement T_D , V_D et $P_D = P_0$.
- De l'état d'équilibre D , un refroidissement monobare au contact du thermostat Σ_F ramène le système à l'état initial d'équilibre A .

A. Étude du cycle

1) Les états d'équilibres

- Exprimer en fonction des données puis calculer numériquement les volumes V_A , V_B et V_C .
- Exprimer en fonction des données: $\frac{T_D}{T_C}$ et $\frac{V_D}{V_C}$ puis calculer numériquement la température T_D et le volume V_D . On démontrera les relations utilisées.
- Positionner qualitativement les points d'équilibre A, B, C et D dans un diagramme de Clapeyron (P, V) et tracer l'allure.

2) Calculs d'entropie

On étudie chaque transformation afin de déterminer l'entropie produite au cours de chaque transformation.

- On étudie la transformation $B \rightarrow C$. Exprimer en fonction des données puis calculer numériquement Q_{BC} . Exprimer en fonction des données puis calculer le terme de transfert d'entropie S_{BC}^{tr} au cours de cette transformation. Idem pour le terme de production d'entropie S_{BC}^p .
- On étudie la transformation $D \rightarrow A$. Exprimer en fonction de $m, \gamma, R, M_{\text{air}}, T_{\text{froid}}, T_D$ puis calculer numériquement Q_{DA} . Exprimer, en fonction des mêmes grandeurs, puis calculer le terme de transfert d'entropie S_{DA}^{tr} au cours de cette transformation. Idem pour le terme de production d'entropie S_{DA}^p .
- On étudie la transformation $C \rightarrow D$. Déterminer le terme de transfert d'entropie S_{CD}^{tr} et le terme de production d'entropie S_{CD}^p au cours de cette transformation.
- On étudie la transformation inconnue $A \rightarrow B$. Écrire la relation entre W_{AB} et Q_{AB} . Exprimer (démontrer la relation utilisée) et calculer ΔS_{AB} ($= S_{AB}^{tr} + S_{AB}^p$) pour cette transformation. Exprimer le terme de production d'entropie S_{AB}^p au cours de cette transformation en faisant intervenir W_{AB} .

3) Détermination directe de la production d'entropie globale sur le cycle

Les questions qui suivent dans cette partie sont totalement indépendantes des calculs d'entropie de la partie précédente.

- L'échange d'énergie sous forme de chaleur avec Σ_C ne s'effectue au cours du cycle que sur la transformation $B \rightarrow C$. Par contre l'échange d'énergie sous forme de chaleur avec Σ_F s'effectue au cours du cycle sur la transformation $D \rightarrow A$ et sur la transformation $A \rightarrow B$. Exprimer littéralement $Q_{\text{froid}} = Q_{DA} + Q_{AB}$ en fonction de T_{froid} , de T_{chaud} , de W_{AB} et des

autres données du problème.

15. À partir de l'écriture du deuxième principe de la thermodynamique sur le cycle, en déduire alors une expression de l'entropie produite sur le cycle S_{cycle}^p en fonction de W_{AB} et des données du problème.
16. En déduire que la diminution de l'entropie produite sur ce cycle passe par la minimisation de W_{AB} .

3) Étude de la transformation AB

On étudie deux propositions pour la transformation AB.

1) Compression isotherme

On fait l'hypothèse que la transformation AB est une compression isotherme.

17. Exprimer en fonction des données puis calculer W_{AB} .
18. Calculer l'efficacité thermodynamique du moteur.
19. Quelle est la durée d'une transformation isotherme. Que vaudrait alors la puissance d'un moteur fonctionnant dans le cadre de cette hypothèse?

2) Compression simple

L'air pris dans l'état d'équilibre A subit une compression rapide jusqu'à la pression haute P_1 . La compression est adiabatique. On suppose les équilibres de pression suffisamment rapides pour que la compression puisse être considérée comme mécaniquement réversible. Le fluide sort du compresseur dans l'état d'équilibre E . Puis dans une deuxième étape, le fluide échange de l'énergie selon une transformation monobare avec Σ_F jusqu'à atteindre l'équilibre avec la source.

20. Représenter dans un même diagramme de Clapeyron les deux propositions (compression isotherme et compression simple).
 21. Exprimer puis calculer la température T_E .
 22. Exprimer puis calculer l'énergie échangée sous forme de travail par la masse de fluide au cours de la transformation $A \rightarrow E$.
 23. Exprimer puis calculer l'énergie échangée sous forme de travail par la masse de fluide au cours de la transformation $E \rightarrow B$.
 24. Exprimer puis calculer W_{AB} .
 25. Calculer l'efficacité thermodynamique du moteur. Commenter.
-