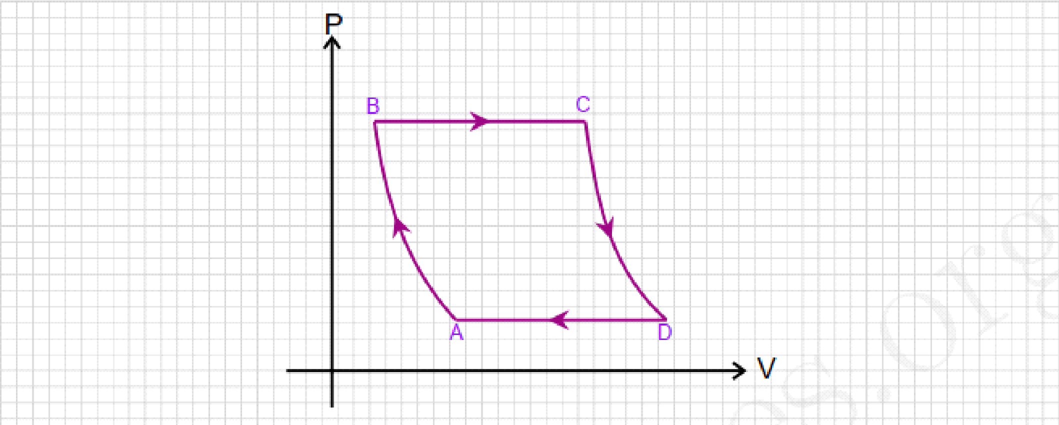
Exercice 2

jeudi 27 avril 2023 19:08

Exercice 2 **FSA 1981**

I - PREMIER ET SECOND PRINCIPE

Une mole d'air considéré comme gaz parfait décrit le cycle réversible suivant, où AB et CD sont adiabatiques. On désigne par C_P et C_V les capacités calorifiques molaires.



1) Exprimer les quantités de chaleur échangées au cours des quatre transformations. Donner le signe de ces quantités de chaleur.
2) En déduire l'expression du rendement η du cycle en fonction des températures T_A, T_B, T_C et T_D.
3) Exprimer le rendement en fonction de γ et du rapport de compression $\rho = \frac{P_B}{P_A}$
4) Calculer les travaux mis en jeu au cours des quatre transformations en fonction des différentes températures. Vérifier que $W_{\text{total}} + Q_{\text{totale}} = 0$.
5) A.N. : Calculer le rendement η sachant que $\gamma = 1,4$ et que $\rho = 5$. La température en A est de 0°C et la température maximale est de 800°C, comparer ce rendement à celui que l'on obtiendrait à l'aide d'un cycle de Carnot fonctionnant entre les températures limites. 6°) Vérifier que la variation d'entropie au cours du cycle est nulle. Δ Cycle $= 0$.

II - CALORIMÉTRIE

1) Un calorimètre contient une masse $m_e = 500$ g d'eau à la température $t_o = 15$°C. Un bloc métallique de masse $m = 76$ g sorti d'une étuve où la température est $t_1 = 99,5$°C est plongé dans le calorimètre. La température finale est $t_f = 16,1$°C. Calculer la chaleur massique $C_1 du$ métal. on donne: chaleur massique de l'eau : $C_e = I$ cal/g.degré. valeur en eau du calorimètre $\mu = 130$ g.
2) Un cylindre fait du même métal que le bloc, dont la température est t_o, est thermiquement isolé. A l'intérieur de ce cylindre se trouve une spirale de chauffage en platine, isolée électriquement. On maintient aux bornes de la spirale une tension constante $\forall = 12$ volts pendant une période $\tau = Imn40$ s. La résistance vaut $R_o = 80\Omega$ et la température finale est $t_2 = 19$°C. On néglige la capacité calorifique de la spirale. Calculer la chaleur massique C_2 du métal. Masse du cylindre $m = 80$ g.

* Donnée : $n = 1$ mol , G.P. ; C_p , C_v : molaire.

1) les quantité de chaleur:

* AB : adiabatique.

* BC : isobare.
* CD : adiabatique.
* DA : isobare.

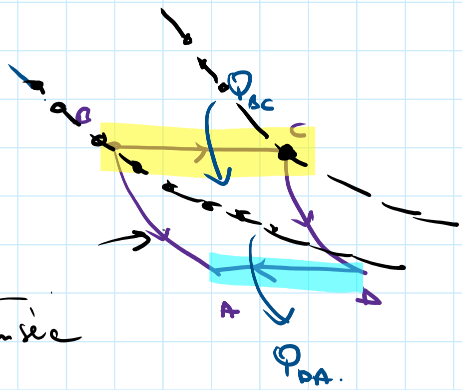
Les quantités de chaleurs :

$Q_{AB} = 0$

à $p = cte$: $Q_{BC} = \Delta H_1 = C_p \cdot (T_C - T_B) > 0$

$Q_{CD} = 0$

$Q_{DA} = \Delta H_2 = C_p \cdot (T_A - T_D)$.



2) Le rendement :

$$\eta = \frac{\text{Energie utile}}{\text{Energie dépensée}}$$

$$\eta = -\frac{W}{Q_{BC}} = \frac{|W|}{Q_{BC}}$$

1ère loi de la Thermo :

$$\Delta U_{cycle} = 0 = W + Q_{BC} + Q_{DA}$$

$$w = -(Q_{BC} + Q_{DA})$$

$$\eta = + \frac{Q_{BC} + Q_{DA}}{Q_{BC}}$$

$$\eta = 1 + \frac{Q_{DA}}{Q_{BC}}$$

$$\eta = 1 + \frac{T_A - T_D}{T_C - T_B}.$$

3°) $\eta = f\left(\gamma, \frac{P_B}{P_A} = e\right)$:

(AB) adiabatique : LAPLACE : $(T \cdot V^{\gamma} = cte)$

$$T_A \cdot P_A^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_B \cdot P_B^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \Rightarrow T_A = T_B \left(\frac{P_B}{P_A}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

(CD) adiabatique :

$$T_C \cdot P_C^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_D \cdot P_D^{(1-\gamma)/\gamma} \Rightarrow T_C = T_D \left(\frac{1}{e}\right)$$

$P_B = P_C$ et $P_A = P_D$.

$$T_A \cdot P_A^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_B \cdot P_B^{(1-\gamma)/\gamma}$$

$$\Rightarrow \quad T_A = T_B \cdot \left(\frac{P_B}{P_A}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$$T_C = T_D \cdot \left(\frac{P_D}{P_C}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_D \cdot \left(\frac{P_A}{P_B}\right)^{(1-\gamma)/\gamma}$$

$$T_A = T_B \cdot e^{(1-\gamma)/\gamma}$$

$$T_C = T_D \cdot \left(\frac{1}{e}\right)^{(1-\gamma)/\gamma}$$

$$\eta = 1 + \frac{T_A - T_D}{T_C - T_B}$$

$$= 1 + \frac{T_B \cdot e^{(1-\gamma)/\gamma} - T_D}{T_D \cdot \left(\frac{1}{e}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - T_B}$$

$$= 1 - \frac{T_D - T_B \cdot e^{(1-\gamma)/\gamma}}{\frac{T_D}{e^{(1-\gamma)/\gamma}} - T_B}$$

$$\eta = 1 - \frac{\cancel{T_D - T_B \cdot e^{(1-\gamma)/\gamma}}}{\frac{\cancel{T_D - T_B \cdot e^{(1-\gamma)/\gamma}}}{e^{(1-\gamma)/\gamma}}} = 1 - e^{(1-\gamma)/\gamma}$$

$$\eta = 1 - \rho^{(1-\gamma)/\gamma} \quad \text{avec : } \rho = \frac{P_B}{P_A}$$

4) W_{AB} : $(Q_{AB} = 0)$.

$$W_{AB} = \Delta U_{AB} = C_v \cdot (T_B - T_A)$$

$$W_{AB} = \frac{R}{\gamma - 1} (T_B - T_A)$$

$$= \frac{1}{\gamma - 1} (P_B \cdot V_B - P_A V_A).$$

$$= \frac{1}{\gamma-1}\left(P_B V_B - P_A V_A\right).$$

W_{BC} : (isobare) ($P = cte$) ($P_B = P_C$).

$$W_{BC} = -\int_B^C P \, dV$$

$$= -P_B\left(V_C - V_B\right)$$

$$W_{BC} = P_B \cdot V_B - P_C \cdot V_C .$$

W_{CD} : adiabatique :

$$W_{CD} = \frac{1}{\gamma-1}\left(P_D V_D - P_C V_C\right).$$

W_{DA} : $P_D = P_A$.

$$W_{DA} = P_D \cdot V_D - P_A \cdot V_A .$$

* vérification du 1er principe :

$$W_{total} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA} .$$

$$= \frac{1}{\gamma-1}\left(P_B V_B - P_A V_A\right) + P_B V_B - P_C V_C$$

$$+ \frac{1}{\gamma-1}\left(P_D V_D - P_C V_C\right) - \left(P_C V_C - P_D V_D\right).$$

$$Q = \cancel{Q_{..}}^{\,0} + Q + \cancel{Q}^{\,0} + Q$$

$$Q_{total} = \cancel{Q_{AB}}^{0} + Q_{BC} + \cancel{Q_{CD}}^{0} + Q_{DA}.$$

$$= C_p (T_C - T_B) + C_p (T_A - T_D)$$

$$= \frac{\gamma}{\gamma - 1} \{ (P_C V_C - P_B V_B) + (P_A V_A - P_D V_D) \}$$

$$Q_{total} = - W_{total}$$

$$Q_{total} + W_{total} = 0$$

7) $\gamma = 1.4$, $\delta = 7$

$$\eta = 1 - (\delta)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

AN : $\eta = 54\ \%$.

* le rendement lors d'un cycle de Carnot :

$$\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_F}{T_C}$$

AN : $= 1 - \frac{T_A}{T_{max}} \sim 75\ \%$

6) Second principe :

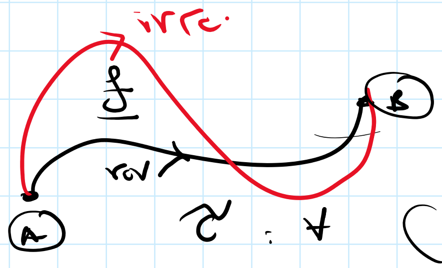
* pour une transf. reversible : adiabatique :

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = 0 \quad (S = cte).$$

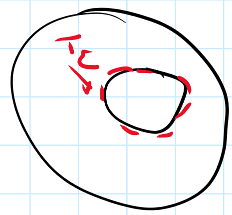
* isobare :

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = C_p \cdot \frac{dT}{T}$$

$$\Delta S = C_p \cdot \ln \frac{T_{Final}}{T_{initial}}$$



∂ : $\forall$ (rev, irev)



$$dS = \underset{*}{\delta S_e} + \underset{**}{\delta S_c}$$

$$\boxed{\delta S_e = \frac{\delta Q}{T_\Sigma}} \qquad \delta S_c \geq 0$$

rev : $\delta S_c = 0$

irr : $\delta S_c > 0$.

$\Delta S_{AB} = 0$ $\qquad$ $\Delta S_{BC} = C_p \cdot \log \frac{T_C}{T_B}$

$\Delta S_{CD} = 0$ $\qquad$ $\Delta S_{DA} = C_p \cdot \log \frac{T_A}{T_D}.$

$$\Delta S_{cycl} = \cancel{\Delta S_{AB}} + \Delta S_{BC} + \cancel{\Delta S_{CD}} + \Delta S_{DA}$$

$$\Delta S_{gq} = C_p \log\left(\frac{T_C \cdot T_A}{T_D \times T_B}\right) = 0.$$

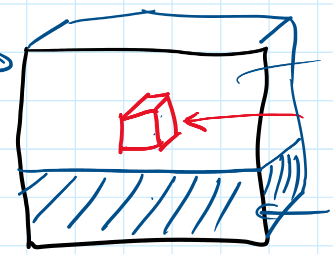
$$T_A \cdot P_A^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_B \cdot P_B^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \quad (1)$$

$$T_D \cdot P_A^{(1-\gamma)/\gamma} = T_C \cdot P_B^{(1-\gamma)/\gamma} \quad (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)} : \quad \frac{T_A}{T_D} = \frac{T_B}{T_C} \Rightarrow T_A \times T_C = T_B \cdot T_D.$$

II - Calorimétrie :

μ



$m = 76g$, $t_1 = 99.7°C$, c_m ??

$m_e = 700g$, $t_0 = 15°C$

$t_f = 16.1$ °C.

$$\sum \varphi_{\text{échangé}} = \varphi_{\text{perte}} \qquad (\varphi_{\text{perte}} = 0)$$

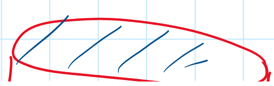
$$\varphi_{e-m} + \varphi_{m-c} + \varphi_{cal} = 0$$

$$m_e C_e (t_f - t_0) + \mu \cdot C_e (t_f - t_{cal}) + m\, C_1 (t_f - t_1) = 0$$

$$C_1 = \frac{C_e (\mu + m_e) \cdot (t_f - t_0)}{m \cdot (t_1 - t_f)}$$

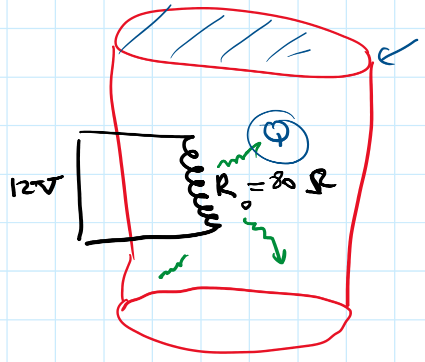
AN: $C_1 = 0.109$ cal / g. deg.

2°)



$m = 30g$.

2°)



$m = 80g$.

m, C_1, t_0

$t_c = 19°C$

$\tau = 1\,min\ 40\,s$.

$$\begin{cases} Q = P.t = V \times I \times \tau = \dfrac{V^2}{R}.\tau & (i) \\ Q = m\,C_2\,(t_2 - t_0). & (ii) \end{cases}$$

$$C_2 = \frac{V^2.\tau}{R.m(t_2 - t_0)}$$