Be In Sciences.org
+33 6 25524751

I. Rayonnement du corps noir

Le champ électromagnétique à l'intérieur d'une cavité fermée est équivalent à un ensemble dénombrable d'oscillateurs harmoniques linéaires et indépendants. L'énergie du champ est donc égale à l'énergie de ces oscillateurs.

On définit la densité d'énergie $u(\nu,T)$ comme :

$$u(\nu,T) = \rho(\nu)\langle E \rangle$$

où $\rho(\nu)$ est le nombre des oscillateurs par unité de volume, $\langle E \rangle$ est l'énergie moyenne de chaque oscillateur, ν est la fréquence et T la température absolue.

1. **Dans la théorie de l'électromagnétisme classique**, l'énergie E d'un oscillateur varie de façon continue et on montre que le nombre d'oscillateurs dont l'énergie est comprise entre E et $E+dE$ est donnée par :

$$dN = P(E)\, dE = a\, e^{-E/kT}\, dE$$

où k est la constante de Boltzmann et $P(E)$ la probabilité associée à l'énergie E.

a. Sachant que $\rho(\nu) = \dfrac{8\pi\nu^2}{c^3}$, établir l'expression de $u(\nu,T)$.

b. On définit $u(T)$ comme : $u(T) = \int_0^{\infty} u(\nu,T)\, d\nu$.

Quelle est la signification de $u(T)$? En donner l'expression et conclure.

2. **Dans le cadre de l'hypothèse de Planck :** les échanges d'énergie entre la matière du corps noir et le rayonnement électromagnétique se font par paquets d'énergie égale à $\varepsilon = h\nu$ (quantum d'énergie), h étant la constante de Planck.

L'énergie (continue) des oscillateurs s'écrit alors sous la forme suivante :

$$E_n = nh\nu,\ n \in \mathbb{N}$$

a. Montrer que :

$$\langle E \rangle = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

b. En déduire la nouvelle expression de $u(T)$. Conclure.

$$u(\nu,T) = \rho(\nu) \times \langle E \rangle$$

$$[E, E+dE[\rightsquigarrow dN = P(E)\, dE$$

$$P(E) \propto e^{-\frac{E}{kT}}$$

$$\underline{dN} = a \cdot e^{-E/kT} \cdot dE.$$

a) $\rho(\nu) = \dfrac{8\pi\nu^2}{c^3}$ $\quad u(\nu,T)$!!

$$u(\nu,T) = \rho(\nu) \times \langle E \rangle = 8\pi\nu^2\, kT$$

$$u(\nu,T) = \rho(\nu) \times \langle E\rangle = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}\cdot k_B T.$$

- $$\int_0^{+\infty} P(E)\,dE = 1 \quad ✓$$

- $$\langle E\rangle = \int_0^{+\infty} E\,dN = \int_0^{+\infty} E\,\underset{\sim}{P(E)}\,dE$$

$$\langle E\rangle = a\int_0^{+\infty} E\,e^{-\beta E}\,dE$$

b) $$U(T) = \int_0^{+\infty} \underset{\sim}{u(\nu,T)}\,d\nu$$: Energie total.

$$U(T) = \int_0^{+\infty} \frac{8\pi k_B T}{c^3}\,\nu^2\,d\nu.$$

$\rightarrow +\infty$!! <u>Divergence</u>.

il traduit l'insuffisance classique ($\not\Rightarrow$ <u>loi de Stefan</u> $U \propto T^4$)

2)

$$\underline{\langle E\rangle} = \bar{E} = \sum_{n=0}^{+\infty} E_n\,P(E_n)$$

$$= \sum_0^{+\infty} \underline{E_n}\,\boxed{a}\,e^{-\beta E_n}$$

$$= \sum \underline{a}\,n\,h\nu\,\left(e^{-\beta h\nu}\right)^n$$

$$\underline{1} = \sum_0^{+\infty} P(E_n) = a\sum_0^{+\infty} e^{-\beta E_n}$$

$$a = \frac{1}{\sum_{0}^{+\infty} e^{-\beta E_n}}$$

$$\langle E \rangle = \frac{\sum_{n} E_n \, e^{-\beta E_n}}{\sum_{n} e^{-\beta E_n}} = \frac{N}{D}.$$

$$D = \sum_{0}^{+\infty} e^{-\beta . n \hbar \nu} = \sum_{0}^{+\infty} \big(\underbrace{e^{-\beta h \nu}}_{q < 1}\big)^n$$

$$D = \frac{1}{1 - e^{-\beta h \nu}}$$

$$\frac{dD}{d\beta} = \sum_{0}^{+\infty} (-n \hbar \nu) \, e^{-\beta n . \hbar \nu}.$$

$$= - N$$

$$N = - \frac{dD}{d\beta} =$$

$$\langle E \rangle = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

b) $$u(T) = \int_{0}^{+\infty} u(T,\nu) \, d\nu$$

$$= \int_{0}^{+\infty} \frac{8\pi}{c^3} \nu^2 \langle E \rangle$$

$$u(T) = \int_{0}^{+\infty} \frac{8\pi \nu^2}{c^3} . \frac{\hbar \nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1} \, d\nu$$

$$x = \frac{h\nu}{kT} \qquad dx = \frac{h\, d\nu}{kT}$$

$$\nu = \frac{kT}{h} \cdot x \longrightarrow \underline{d\nu} = \frac{k_B T}{h} \cdot dx .$$

$$u(T) = \frac{k_B^3 \cdot T^3}{h^3} \int_0^{+\infty} \frac{8\pi}{c^3} \cancel{h} \cdot \left(\frac{h^3 \nu^3}{k_B^3 \cdot T^3} \right) \frac{1}{e^x - 1} \left(\frac{k_B T}{\cancel{h}} \right) dx$$

$$= \frac{8\pi}{c^3} \cdot \frac{k_B^4 T^4}{h^3} \underbrace{\int_0^{+\infty} \frac{x^3}{e^x - 1}\, dx}_{\frac{\pi^4}{15}} .$$

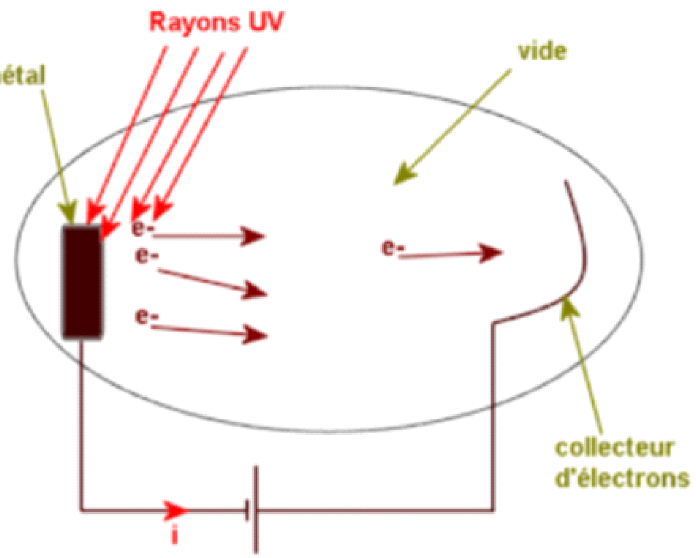
$$u(\underline{T}) = \sigma \cdot T^4$$

loi de Stephan

Exercice 10

Le métal formant la cathode d'une cellule photoélectrique est caractérisé par un travail d'extraction $W_e = 2,5\text{eV}$. On l'éclaire avec de la lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 400$ nm
On donne $hc = 197,3\text{eV} \cdot \text{nm}$

1) Quelles sont les unités de la constante de Planck, h?
2) Pour la lumière utilisée, l'effet photoélectrique peut-il avoir lieu ? Justifiez votre réponse.



3-Calculez l'énergie cinétique des électrons au moment de leur émission.

3) Que se passe-t-il si on inverse la polarité?Donnez la définition du potentiel d'arrêt U0 et calculez sa valeur.
4) On fixe U à 10 Volts. Calculez l'énergie cinétique des électrons lors de leur arrivée sur l'anode.
5) Pour U = 10 V, on a atteint le courant de saturation de la cellule. Expliquez ce que cela signifie.
6) Le courant mesuré est $I = 1,6\mu A$, lorsque la cathode reçoit une puissance lumineuse $P = 10 - 4$ W. Quel est le rendement quantique R de la cellule, défini comme le rapport entre le nombre d'électrons émis et le nombre de photons reçus ?
7) Que peut-on faire pour augmenter le courant de saturation : augmenter le flux de photons atteignant la cellule ou bien diminuer la longueur d'onde de la lumière ? Justifiez votre réponse.

$e = h.\nu$ $\boxed{\nu = \frac{c}{\lambda}}$

$[e] = [h].[\nu]$

$E = [h]\ T^{-1}$

$[h] = E \times T$

$h = J.s.$ (action)

1) $E_\gamma = h.\nu = \frac{hc}{\lambda}$: Energie du photon

$E_\gamma = \frac{197.3 . eV.nm}{\ldots} = \frac{197.3}{\ldots}\ eV = 3.10\ eV$

$$E_\gamma = \frac{197.3 . eV.\cancel{nm}}{400\ \cancel{nm}} = \frac{197.3}{400}\ eV = 3.10\ eV$$

$$E_c = E_\gamma - W = 3.10\ eV - 2.5\ eV = 0.6\ eV$$

$E_c > 0 \Rightarrow$ Effet γ-e' existe.

$*$ $\nu_s = \frac{W}{h} =$ A$_N$.

$$\nu_{uv} = \frac{c}{\lambda_{uv}} = \frac{c}{400.10^{-9}} = \text{A}_N.$$

$$\nu > \nu_s \quad (\lambda < \lambda_{seuil})$$