Conforme avec le programme des FST et ENSA(M)

Be In Sciences

Centre de soutien en-ligne

Hamza ICHOU

Analyse II

Inscription ouverte : préparation aux examens :

Les notions abordées dans ce document :

- Les intégrales de Riemann
- Développement limité
- Équations différentielles
- Les intégrales généralisés
- Les séries numériques

Devoir 1 :

Exercice 1 — Les intégrales de Riemann

Déterminer la limite de $u_n = \frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1} \frac{k}{\sqrt{4n^2-k^2}}$.

Exercice 2

Déterminer la limite de $u_n = \sum_{k=1}^{2n} \frac{k}{n^2+k^2}$.

Exercice 3 — Les intégrales de Riemann

Soit

$$u_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{(k+n)(k+1+n)}}$$

déterminer la limite de $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$. (Indication : il y a un 1 de trop !).

Exercice 4 — Les intégrales de Riemann

1) Montrer que pour $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, on a $x - \frac{x^3}{6} \leq \sin x \leq x$
2) Déterminer la limite de la suite $u_n = \sum_{k=1}^{n} \sin\left(\frac{k}{n}\right)\sin\left(\frac{k}{n^2}\right)$.

Exercice 5 — Les intégrales impropres

Les intégrales impropres suivantes sont-elles convergentes?

1) $\int_0^1 \ln t\,dt$
2) $\int_0^{+\infty} e^{-t^2} dt$
3) $\int_0^{+\infty} x(\sin x)e^{-x} dx$
4) $\int_0^{+\infty} (\ln t)e^{-t} dt$
5) $\int_0^1 \frac{dt}{(1-t)\sqrt{t}}$

Exercice 6 — Les intégrales impropres

Les intégrales impropres suivantes sont-elles convergentes?

1) $\int_0^{+\infty} \frac{\ln t}{t^2+1} dt$
2) $\int_1^{+\infty} \frac{\sqrt{\ln x}}{(x-1)\sqrt{x}} dx$
3) $\int_1^{+\infty} e^{-\sqrt{\ln t}} dt$

Déterminer la solution générale des équations différentielles suivantes, en choisissant pour chacune d'elles un intervalle adapté au calcul :

1) $xy' + 2y = x^2 - 3$
2) $(1 + x^2)\, y' + xy = 2x^2 + 1$
3) $y' + y \tan x = \frac{1}{\cos x}$
4) $xy' - xy = e^x$
5) $xy' - 2y = \ln x$
6) $y' + \frac{6}{x+2} y = \frac{1}{(x+2)^2}$
7) $x\,(x^2 + 1)\, y' - (x^2 - 1)\, y = -2x$
8) $x(x - 1)y' - 2y = x - 1$
9) $xy' - (x + 1)y = -\,(x^2 + 1)\, e^x$
10) $y' + \frac{y}{\sqrt{1+x^2}} = 1$