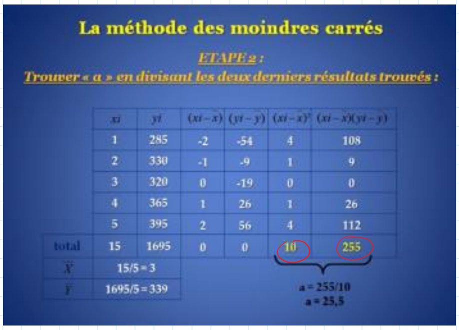
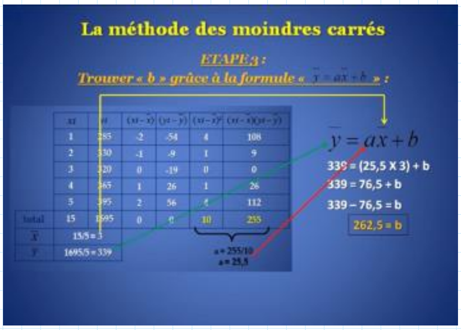
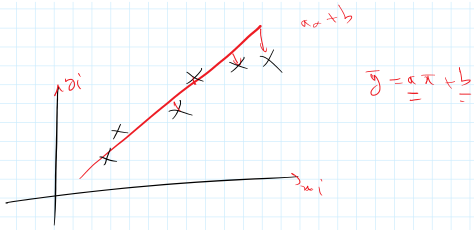
Séance ENSAM :correction devoir

dimanche 6 novembre 2022 12:51



	xi	yi	(xi − x̄)	(yi − ȳ)	(xi − x̄)²	(xi − x̄)(yi − ȳ)
	1	285	-2	-54	4	108
	2	330	-1	-9	1	9
	3	320	0	-19	0	0
	4	365	1	26	1	26
	5	395	2	56	4	112
total	15	1695	0	0	10	255
x̄	15/5 = 3					
ȳ	1695/5 = 339					





$\alpha_1 = 17.3 \cdot 10^{-6}\ /°C$ Acier inoxydable.

$\alpha_2 = 11.10^{-6}\ /°C$ Cuivre.

1. $\ell(T) = \ell_0 + \Delta\ell = \ell_0 + \ell_0 \alpha \cdot \Delta T$

$\ell(T) = \ell_0(1 + \alpha \cdot \Delta T)$

$\Delta\ell = \alpha\, \ell_0 \cdot \Delta\theta$: Ellongation.

2. $\Delta\ell_1 = \alpha_1 \ell_0 \cdot (T_1 - T_0)$ A I.

$\Delta\ell_2 = \alpha_2 \cdot \ell_0 (T_1 - T_0)$ Cuivre $\ell_0 = 22$ cm.

AN : $\| \Delta\ell_1 = 0.042$ cm $\|$

$\Delta\ell_2 = (1.1 \cdot 10^{-6}\, \cancel{°C^{-1}})(22\ \text{cm}) \cdot (\underbrace{(120 - 10)}_{110}\cancel{°C})$

$\| \Delta\ell_2 = 0.0027$ cm $\|$

3. Def :

4. $e = \dfrac{k}{\Delta T}$

$\begin{cases} L_1 = 22 + 0.042 \\ L_2 = 22 + 0.027 \end{cases}$

$L = \dfrac{L_1 + L_2}{2}$

$e = \dfrac{k}{\Delta T} = k \cdot \Delta x$ $\Delta x = \dfrac{1}{\Delta T}$

$\boxed{T \quad 15 \quad 20 \quad 25 \quad 30 \quad 35 \quad 45}$

	ΔT	5	10	15	20	25	35
x_i :	Δx	$\frac{1}{5}$ = ..	$\frac{1}{10}$ = ..	$\frac{1}{15}$ = ..	$\frac{1}{20}$ = ..	$\frac{1}{25}$ = ..	$\frac{1}{35}$ = ..
y_i :	e	0.95	0.44	0.35	0.2	0.18	0.15
	$\ln e$	,	,	,	,	,	,

$\ln \Delta T$				
$\ln e$				

Ŷ = 0.006212 + 4.7528X

$e(\Delta T)$

$e = \boxed{4.7528} \dfrac{1}{\Delta T} + \boxed{0.006212} = 4.7528 \cdot \dfrac{1}{\Delta T} + 0.06$

$e(\Delta x) = 4.75 \dfrac{1}{\ldots} + 0.006212$

$e(27°)$ $\Leftarrow$ $e = \boxed{4.7528}\dfrac{1}{\Delta T} + \boxed{0.006212} = 4.7528 \cdot \dfrac{1}{\Delta T} + 0.06$

$e(17) = 4.75 \dfrac{1}{27-10} + 0.006212$

$\boxed{e = \dfrac{k}{\Delta T}} \Rightarrow \ln e = \ln k - \ln \Delta T$

$\Rightarrow Y = \boxed{b} - X$

$e = \dfrac{\boxed{k}}{\Delta T} + \Delta e$

$b = \ln k = 1.6 \Rightarrow k = e^{1.6} = 4.79$

4) $e = \dfrac{k}{\Delta T} = k \cdot \Delta X$

T	15	20	25	30	35	45
$\Delta T = T - 10$	5	10	15	20	25	35
$x_i = \Delta X = \dfrac{1}{\Delta T}$	$\frac{1}{5}$	0.1	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{35}$
y_i e	0.95	0.49	0.15			

$\bar{x}_i = \overline{\Delta X} = \left(\frac{1}{5} + 0.1 + \frac{1}{15} + \dots\right)/6$

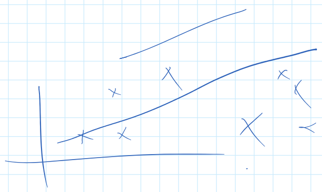
$\bar{y}_i = \bar{e} = (\text{—} + \text{—})/6$

* $\ln e = \ln k + \ln \Delta T$

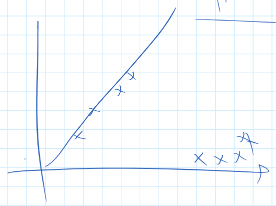
$X = \ln \Delta T$	.	.	.	.
$Y = \ln e$	.	.	.	.

$\boxed{k = e^{b}} = 4.79$

$\ln e = a \ln k + b$



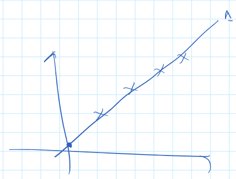
$R^2 = 0.99$



$Y = \boxed{\ln k} - X$

$\underbrace{\ln e}_{Y} = \ln k - \underbrace{\ln \Delta T}_{X}$

$\ln \Delta T$	.	.
$\ln e$	.	.



5) Sensibilité $= \dfrac{\Delta\text{output}}{\Delta\text{Input}}$

$\underbrace{\Delta T}_{\text{input}} \longrightarrow \boxed{\text{Capteur}} \longrightarrow \underbrace{\Delta e}_{\text{output}}$

Sensibilité $= \dfrac{\Delta e}{\Delta T}$ $\qquad d\left(\dfrac{a}{x}\right) = -\dfrac{a}{x^2}dx$

$de = d\left(\dfrac{k}{T - T_0}\right) \Leftrightarrow de = -\dfrac{k}{(T-T_0)^2} \cdot dT$

$\Leftrightarrow \Delta e = \left|-\dfrac{k}{(T-T_0)^2}\right| \Delta T$

Devoir : 01 de thermodynamique

Régulation De Température Avec Une Bilame Métallique

ℓ |

$$= \frac{\overbrace{\boxed{4\pi r \ldots}}^{k}}{\Delta T} + \boxed{\ldots}$$

Devoir : 01 de thermodynamique

Régulation De Température Avec Une Bilame Métallique

Une bilame métallique est fabriquée à partir de l'acier inoxydable et du cuivre. La longueur de la lame, supposée droite à $T_0 = 10°C$, est de $l_0 = 22$ cm. Ce capteur est utilisé dans un thermostat pour contrôler la température. L'objectif de cette expérience est de maintenir la température à une valeur de 120°C.

Les coefficients de dilatation des deux barres sont les suivantes :

Acier inoxydable : $\alpha_1 = 17.3\ (10^{-6})/°C$

Cuivre : $\alpha_2 = 1.1\ (10^{-6})/°C$

1. Donner l'expression de l'allongement d'une barre métallique, de coefficient de dilatation α, en fonction de la température T. On supposera que sa longueur à une température de référence T_0 est l_0.
2. Déterminer l'allongement de chacune de deux barres (acier et cuivre) à la température $T_1 = 120°C$.
3. Expliquer le principe de fonctionnement de ce capteur (bilame métallique).
4. Le rayon de courbure de la bilame métallique est donné par l'équation suivante :

$$\rho = \frac{K}{\Delta T}$$

Où $\Delta T = T - T_0$ en °C et ρ est le rayon de courbure en m. K est une constante qui dépend des propriétés thermo-physiques des lames en (m °C).

L'étalonnage de ce capteur a permis d'obtenir les résultats suivants :

Tableau Résultats de l'étalonnage de la bilame métallique

T (°C)	15	20	25	30	35	45
ρ (m)	0,95	0,49	0,35	0,23	0,18	0,15

En utilisant la méthode de la régression linéaire (moindres carrées) déterminer la valeur de K. On pourra faire un changement de variable pour linéariser l'équation . Démontrer que cette relation est vraie.

5. Définir la sensibilité d'un instrument et déterminer sa valeur pour le capteur à T1. Est ce que le capteur peut être considéré comme linéaire ?
6. Si la tolérance du capteur mesurant le rayon de courbure est de 1 mm, déterminer la résolution de la barre à la température $T_1 = 120$ °C.
7. La longueur L(T) de la bilame métallique à la température T, est supposée égale à la moyenne des longueurs des deux barres utilisées. Le bouton contrôlant le thermostat est placé à une distance e en dessous de l'extrémité de la barre, supposée droite à la température T_0 (figure).

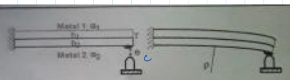


Figure Principe d'utilisation de la bilame métallique

8. Démontrer que pour maintenir la température du système à une valeur constante T, le bouton poussoir doit être placé à une distance e telle que :

$$e(T) = \rho(T)\left(1 - \cos\frac{L(T)}{\rho(T)}\right)$$

Calculer e pour $T_1 = 120°C$

9. Si les erreurs sur L(T) et ρ(T) sont de 1% déterminer l'erreur possible sur la distance e.

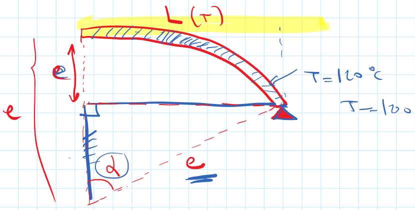
$$\Delta\rho = \rho\left(\frac{K}{T-T_0}\right) \Leftrightarrow \Delta\rho = -\frac{K}{(T-T_0)^2}\cdot\Delta T$$

$$\Leftrightarrow \Delta\rho = \left|-\frac{K}{(T-T_0)^2}\right|\Delta T$$

$$T = T_1 \qquad \frac{\Delta\rho}{\Delta T} = \frac{K}{(T_1-T_0)^2}$$

$$= \frac{4.79}{(120-10)^2} = 4.10^{-4}\ m/°C$$

7) L(T)



$$L = \rho.\alpha$$

$$\boxed{\alpha = \frac{L}{\rho}}$$

$$\begin{cases} L_1(120) = \alpha_1\, l_0\, \Delta T = 17.3.10^{-6} \times 22 \times \Delta T = 110 \\ L_2(120) = \alpha_2\, l_0\, \Delta T \end{cases}$$

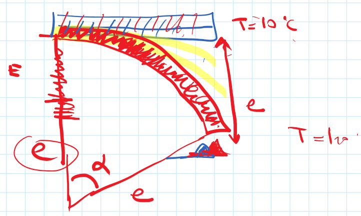
$$L(120) = \frac{L_1 + L_2}{2} = 22.022\ cm.$$

$$\rho(120) = \frac{4.79}{110} = 4.54\ cm.$$

$$\cos\alpha = \frac{\rho - e}{\rho} \Rightarrow e = \rho(T) - \rho(T)\cos\alpha.$$

$$e = \rho(T)\left(1 - \cos\alpha\right)$$

$$\rho = \frac{K}{\Delta T} \qquad e = \rho(T)\left(1 - \cos\left(\frac{L}{\rho}\right)\right)$$



T_0 ↗

$$E = \rho\left(1 - \cos\left(\frac{L}{\rho}\right)\right)$$

$$dE = \frac{\partial E}{\partial \rho}d\rho + \frac{\partial E}{\partial L}\cdot dL$$

$$\left.\frac{\partial E}{\partial \rho}\right|_L = \left(1 - \cos\frac{L}{\rho}\right) - \rho.\left(\frac{L}{\rho^2}.\sin\frac{L}{\rho}\right)$$

$$\frac{\partial E}{\partial L} = \rho\left(\frac{1}{\rho}\sin\frac{L}{\rho}\right)$$

$$dE = \cancel{\rho}\left(\frac{1}{\cancel{\rho}}.\sin\frac{L}{\rho}\right)dL + \left[\left(1 - \cos\frac{L}{\rho}\right) - \cancel{\rho}\frac{L}{\rho^{\cancel{2}}}\sin\frac{L}{\rho}\right]d\rho.$$

$$\overline{\Delta E} = \sin\frac{L}{\rho}\,\overline{\Delta L} + \left[\left(1 - \cos\left(\frac{L}{\rho}\right)\right) - \frac{L}{\rho}\sin\frac{L}{\rho}\right]\overline{\Delta\rho}$$

$$\Delta E =$$

L'équation thermométrique d'un thermomètre à résistance de platine est, entre 0 °C et 360 °C, de la forme :

$$R = A_0 + A_1\,t + A_2\,t^2$$

R désignant la résistance du fil de platine à température Celsius t.

On donne $A_0 = 2\Omega$, $A_1 = 8{,}12.10^{-3}\ \Omega.(°C)^{-1}$ et $A_2 = -1{,}2.10^{-6}\ \Omega.\ (°C)^{-2}$

1) Exprimer l'écart (θ-t) entre la température centésimale linéaire θ définie par ce thermomètre et la température légale Celsius t. AN t=80 °C.
   La température centésimale linéaire θ définie par ce thermomètre est tel que : $\theta = a.R + b$
2) Déterminer à quelle température t_1 cet écart est maximal. En déduire cet écart maximal.