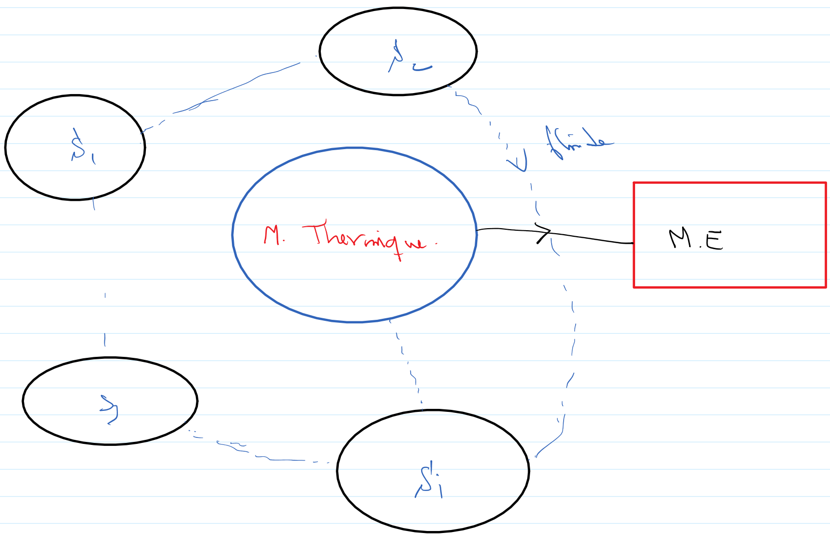
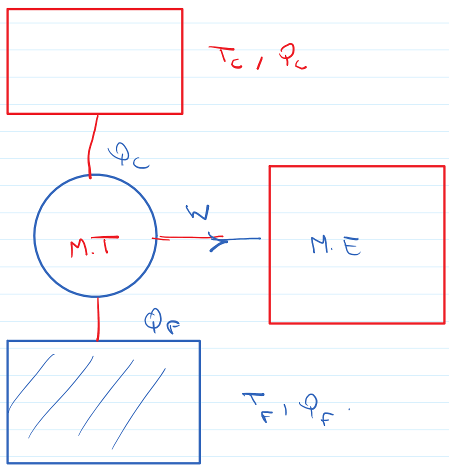


* Machines dithermes : fonctionnent entre deux sources thermiques.

i) Moteurs thermique : fournissent du travail au M.E. ($W < 0$) en recevant une quantité de chaleur ($\varphi > 0$).



* Bilan énergétique et entropique.

$$\Delta U_{\text{cycle}} = W + \varphi_c + \varphi_F = 0$$

et :

$$\Delta S_{\text{cycle}} = S^{ech} + S^c \qquad (S^c \geq 0)$$

$$= \sum_i \frac{\varphi_i}{T_i} + S^c \qquad \int df = \Delta f.$$

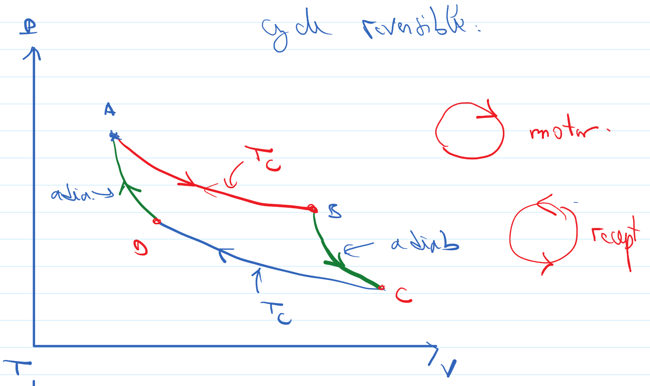
$$\Delta S = \frac{\varphi_c}{T_c} + \frac{\varphi_F}{T_F} + S^c = 0.$$

$$\Delta S_{cycle} = \frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} + S^C = 0 .$$

II- Cycle de Carnot :

cycle réversible :

* 2 isothermes.
* 2 . adiabatiques



* $\chi_T = -\frac{1}{V} \cdot \frac{\partial V}{\partial P}\Big|_T$: compressibilité isotherme

* $\chi_S = -\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial P}\Big|_S$: compressibilité isentropique.

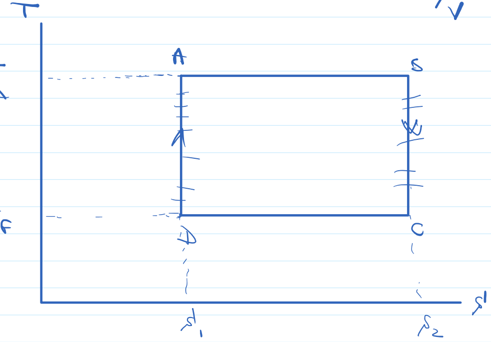
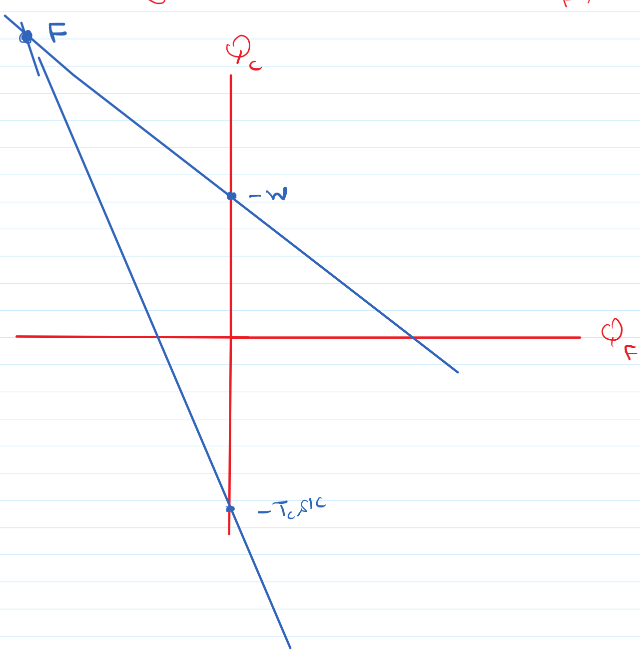


Diagramme de Raveau : (Q_C , Q_F).



1er principe : $Q_F + Q_C + W = 0$

$Q_C = -W - Q_F$ (1)

2ème principe :

$Q_C = -\frac{T_C}{T_F} Q_F - T_C \cdot S^C$ $(S^C > 0)$

4) efficacité : η := rapport de deux transfert d'énergie.

*) pour un moteur : $W < 0$ $Q_C > 0$ et $Q_F < 0$.

$$\eta_m =: \frac{-W}{Q_C} = \frac{|W|}{Q_C} \qquad (W = -(Q_C + Q_F))$$

$$\boxed{\eta_m = \frac{\varphi_C + \varphi_F}{\varphi_C} = 1 + \frac{\varphi_F}{\varphi_C}}$$

* irréversible :

$$\frac{\varphi_F}{\varphi_C} = -\frac{T_F}{T_C} - T_F \cdot \frac{S^C}{\varphi_C} \qquad (\varphi_C > 0) \quad (S^C > 0)$$

$$\left(\frac{\varphi_F}{T_F} + \frac{\varphi_C}{T_C}\right) + \underset{\geq 0}{S^C} = 0. \qquad (S^C \geq 0)$$

$$\frac{\varphi_F}{T_F} + \frac{\varphi_C}{T_C} \leq 0.$$

$$\boxed{\eta_m = 1 - \frac{T_F}{T_C} - T_F \cdot \frac{S^C}{\varphi_C} \leq 1 - \frac{T_F}{T_C}}$$

"Théorème de Carnot"

* réversible : $S^C = 0$: $\dfrac{\varphi_F}{\varphi_C} = -\dfrac{T_F}{T_C}$

$$\eta_{m,rev} = 1 - \frac{T_F}{T_C}$$

* rendement :

$$r = \frac{\eta_m}{\eta_{m,rev}}$$

II - r. Cas réfrigérateur et pompes à chaleur :

réfrigérateur : $W > 0$ $\quad \varphi_C < 0$ $\quad \varphi_f > 0$

Efficacité : * $\eta_r = \dfrac{\varphi_f}{W} = \dfrac{\varphi_f}{-(\varphi_C + \varphi_F)}$ $\qquad W \to \boxed{\text{réf}} \to \varphi_f.$

$$\eta_r = \frac{1}{-1 - \frac{\varphi_C}{\varphi_F}} \qquad \frac{\varphi_C}{\varphi_F} = -\frac{T_C}{T_F} - T_C \cdot \frac{S^C}{\varphi_f} \quad (\varphi_f > 0)$$

$$\eta_r = \frac{1}{-1 + \frac{T_C}{T_F} + T_C \cdot \frac{S^C}{\varphi_f}} \leq \frac{1}{\frac{T_C}{T_F} - 1}$$

$$\eta_{r,rev} = \frac{1}{-1 + \frac{T_C}{T_F}}$$

* pompe à chaleur :

$$\eta_P = -\frac{\Phi_c}{W}$$

W (>0) $\longrightarrow$ $\boxed{P.A.C}$ $\longrightarrow$ φ_c $(\varphi_c<0)$

$$\eta_P = \frac{1}{1-\frac{T_b}{T_c}-T_F\cdot\frac{S^c}{\varphi_c}} \leq \underbrace{\frac{1}{1-\frac{T_b}{T_c}}}_{\eta_{P,rev.}}$$

Cycles moteurs de Carnot et de Beau-de-Rochas et Otto

On désignera par γ (supposé constant) le rapport des capacités thermiques molaires isobare C_P et isochore C_V avec $\gamma=\frac{C_P}{C_V}$.

Dans le problème, les gaz sont assimilés à des gaz parfaits de rapport $\gamma=7/5$ constant. Les transformations sont considérées comme mécaniquement réversibles. On compare les efficacités des cycles moteurs de Carnot et de Beau de Rochas.

I. Machine ditherme

Une masse m de gaz, constituée principalement d'air, subit un cycle moteur entre deux sources thermiques, l'une la source froide à la température $T_f = 290\,K$, l'autre la source chaude à la température $T_c = 1450\,K$.

1. Exprimer les bilans d'énergie et d'entropie au cours d'un cycle. On introduira les quantités algébriques suivantes, relatives à un cycle : W , Q_f , Q_c , S_p ; W est le travail reçu (algébriquement) par le fluide (si $W > 0$, il est effectivement reçu par le fluide, si $W < 0$, il est effectivement fourni par le fluide). De même Q_f est la chaleur reçue par le fluide de la part de la source froide ; Q_c est la chaleur reçue par le fluide de la part de la source chaude. S_p désigne l'entropie produite.
2. Rappeler les signes de W , Q_f , Q_c , S_p dans ce cas du moteur thermique.
3. Établir l'expression de l'efficacité η du moteur (appelée aussi rendement thermodynamique ou même souvent très improprement : rendement), en fonction de T_c , T_f , Q_c et S_p .
4. Le cas idéal:
   - Démontrer l'existence d'une efficacité maximale pour un moteur ditherme les températures T_c , T_f étant fixées et donner l'expression de cette efficacité maximale η_C (encore appelée : rendement de Carnot). Calculer sa valeur numérique ici.
   - Justifier la nature des transformations dans ce cycle ditherme à efficacité maximale ou cycle de Carnot (exemple: isotherme, adiabatique réversible, adiabatique irréversible , isochore, isobare...etc).
   - Que penser de la durée d'une transformation isotherme. Que peut-on alors prévoir quant à la puissance théorique fournie par un moteur fonctionnant selon un cycle de Carnot. Conclure.
5. On compare deux moteurs dithermes, fonctionnant avec les mêmes sources T_c et T_f pour une même quantité de chaleur Q_c .
   - Le premier fonctionne selon le cycle théorique de Carnot. Quel est le travail fourni par ce moteur W'_{rev} en fonction de Q_c , T_c et T_f .
   - Pour le second, on donne la valeur de S_p .Quel est le travail fourni par ce moteur W'_{ir}

1) Bilan d'énergie : (1er principe) :

$\Delta U_{cycle} = W + Q_f + Q_c = 0$. car cycle .

Bilan entropique : (2ème principe) :

$\Delta S_{cycle} = 0$ (cycle) $= S_{échangée} + S_{créé}$

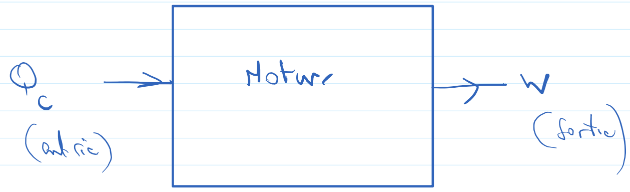
$= \frac{Q_F}{T_F} + \frac{Q_c}{T_c} + S_{créé}$

$$\boxed{\begin{aligned} &W + \varphi_F + \varphi_C = 0 \\ &\frac{\varphi_F}{T_F} + \frac{\varphi_C}{T_C} + \mathcal{S}^c = 0 \end{aligned}}$$

2) moteur : reçoit la chaleur d'une source chaude, et fournit du travail :

$$\boxed{\begin{aligned} &W < 0 \qquad \mathcal{S}^c \geq 0 \\ &\varphi_c > 0 \\ &\varphi_F < 0 \end{aligned}}$$

3)



$$\eta = -\frac{W_{cycle}}{\varphi_c} = + \frac{\varphi_F + \varphi_c}{\varphi_c} = 1 + \frac{\varphi_F}{\varphi_c}$$

$$\frac{\varphi_F}{T_F} + \frac{\varphi_c}{T_C} + \mathcal{S}^C = 0$$

$$\varphi_F + \frac{T_F}{T_C}\varphi_c + T_F \cdot \mathcal{S}^C = 0$$

$$\frac{\varphi_F}{\varphi_c} + \frac{T_F}{T_C} + \frac{T_F \cdot \mathcal{S}^C}{\varphi_c} = 0$$

$$\frac{\varphi_F}{\varphi_c} = - \frac{T_F}{T_C} - T_F \frac{\mathcal{S}^C}{\varphi_c}$$

$$\boxed{\eta_m = 1 - \frac{T_F}{T_C} - T_F \frac{\mathcal{S}^{cr}}{\varphi_c}}$$

4) Cas idéal :

$$\eta_m = \left(1 - \frac{T_F}{T_C}\right) - T_F \cdot \frac{\mathcal{S}^{cr}}{\varphi_c} \leq 1 - \frac{T_F}{T_C} \qquad (\mathcal{S}^{cr} \geq 0)$$

$(\varphi_c > 0)$

$(T_F > 0)$

$$\eta_m \leq \eta_{carnot} : \eta_{carnot} = 1 - \frac{T_F}{T_C}$$

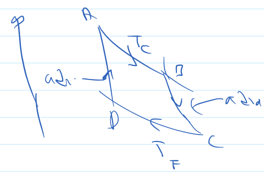
$$\eta_c = 1 - \frac{290}{1450} = 0.80 = 80\,\%$$

* les transf. sont supposées mécaniquement réversible.

* il faut assurer la réversibilité thermique.

* 2 isothermes.

I) Cycle de Carnot :



$$\eta_c = -\frac{W_{rev}}{\varphi_c} = \frac{|W_{rev}|}{\varphi_c}$$

$$|W_{rev}| = -\eta_c \cdot \varphi_c$$

$$|W_{rev}| = -\left(1 - \frac{T_F}{T_C}\right) \cdot \varphi_c \Rightarrow W_{rev} = \left(1 - \frac{T_F}{T_C}\right) \varphi_c$$

$$\underline{\underline{W_{irr}}} = \eta_m \cdot \varphi_c = \underbrace{\left(1 - \frac{T_F}{T_C}\right) \varphi_c}_{W_{rev}} - \underbrace{T_F S_p}_{\text{positive}} < W_{rever}$$

$$\boxed{W_{irr} < W_{rev}}$$

III. Cycle de Beau de Rochas et Otto

Une masse $m=2{,}9\,g$ de gaz parfait (air), dont la masse molaire vaut $M=29\,g.mol^{-1}$, suit une évolution cyclique $ABCD$, constituée de deux portions adiabatiques réversibles, AB et CD , séparées par deux portions isochores, BC et DA .

En A, le gaz est à la température de la source froide donc $T_A=T_f=290\,K$ sous une pression $P_A=1\,bar$.

En C le gaz est à la température de la source chaude donc $T_C=T_c=1450\text{K}$ sous une pression P_C .

Le taux de compression $\alpha=V_A/V_C$ a pour valeur $\alpha=8$.

10.Quel est le nombre n de moles de gaz décrivant le cycle ?

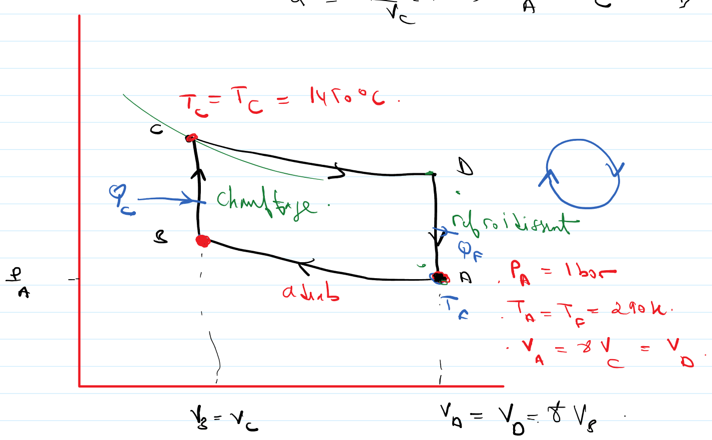
11.Représenter avec soin le cycle $ABCD$ dans le diagramme de Clapeyron (P,V) . Justifier le sens dans lequel le cycle est décrit. Quel qualificatif doit on attribuer à la transformation BC : compression, refroidissement, détente, chauffage ? Préciser aussi: réversible, irréversible? Justifier. Idem pour la transformation DA .

12.Exprimer puis calculer les pressions, en bar, P_C , P_B et P_D en C , B et D .

13.Efficacité:

- Donner l'expression de la quantité de chaleur échangée Q_c avec la source chaude pendant un cycle en fonction de n , R , T_c , T_f , γ et α .
- Donner l'expression de la quantité de chaleur Q_f échangée avec la source froide pendant un cycle.
- Exprimer l'efficacité η de ce cycle moteur en fonction de γ et α . Application numérique.
- Déterminer le rendement (exergétique) de ce moteur.

$\alpha = \frac{V_A}{V_C} = 8 \Rightarrow V_A = 8\,V_C = 8\,V_B$



$n = \frac{m}{M} = \frac{2.9}{29} = 0.1\,mol.$

Cycle moteur : on tourne dans le sens des aiguilles d'une montre .

* BC : chauffage par la source chaude irréversible au niveau thermique. (car $T_{ext} = T_C \neq$ Température du gaz)

* DA : refroidissement irréversible : car $T_{ext} = T_A = T_F$ différent de la température du gaz)

$$\boxed{n = \frac{P_C V_C}{R T_C} = \frac{P_A \cdot V_A}{R T_A}}$$

$$\boxed{\frac{V_A}{V_C} = 8}$$

$$P_C = P_A \cdot \frac{T_C}{T_A} \cdot \boxed{\frac{V_A}{V_C}}$$

$$P_C = \alpha \cdot P_A \cdot \frac{T_C}{T_A}$$

AN : $P_C = 8 \cdot 1 \cdot \frac{1450}{290}$

$$\boxed{P_C = 40 \text{ Bar}}$$

* (AB) adiab. réversible.

$$P V^\gamma = cte$$

$$(P V^\gamma)_A = (P V^\gamma)_B$$

$$P_A \cdot V_A^\gamma = P_B \cdot V_B^\gamma$$

$$P_B = P_A \cdot \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^\gamma = P_A \cdot (\alpha)^\gamma$$

$$P_B = 1 \cdot 8^{1.4} \simeq 18.4 \text{ Bar}$$

* (CD) : adiabatique rév : (isentropique).

$$P_D \cdot V_D^\gamma = P_C V_C^\gamma$$

$$P_D = P_C \cdot \left(\frac{V_C}{V_D}\right)^\gamma \qquad V_D = V_A$$

$$\boxed{P_D = P_C \cdot \alpha^{-\gamma}}$$

AN : $P_D = 2.18$ bar.

AN : $P_D = 2.18 \cdot bar.$

b) "chaleur" échangé avec la source chaude :

$$\Delta U_{BC} = W_{BC} + Q_C = Q_C$$

$$\Delta U_{BC} = n.C_v.(T_C - T_B).$$

$$\boxed{Q_C = n.C_v(T_C - T_B)}$$

(AB) (isentropique) → $(T V^{\gamma-1}) = cte$

$$PV^{\gamma} = cte$$

$$\frac{RT}{V}.V^{\gamma} = cte$$

$$\| T.V^{\gamma-1} = cte \|$$

$$T_F V_A^{\gamma-1} = T_B.V_B^{\gamma-1}$$

$$T_B = T_F.\left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma-1} \qquad V_A/V_C = \alpha$$

$$\boxed{T_B = T_F.\alpha^{\gamma-1}}$$

$$Q_C = n.C_v.(T_C - T_F.\alpha^{\gamma-1}) \qquad C_{p_m} - C_{v_m} = R$$

$$\boxed{Q_C = n.\frac{R}{\gamma-1}(T_C - T_F.\alpha^{\gamma-1})} \qquad C_p - C_v = nR$$

→ Q_F échangée avec la source froide

$$Q_F = n C_v (T_A - T_D) \qquad (\Delta U_{AD})$$

(CD) : isentropique : $T_D.V_D^{\gamma-1} = T_C.V_C^{\gamma-1}$

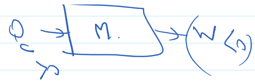
$$T_D = T_C.\left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma-1}$$

$$\boxed{T_D = T_C.\alpha^{-\gamma+1}}$$

$$\boxed{Q_F = n.\frac{R}{\gamma-1}(T_F - T_C.\alpha^{1-\gamma})}$$

efficacité : $\eta_m = \frac{\text{Sortie}}{\text{Entrée}}$ $\qquad Q_C > 0 \rightarrow \boxed{M.} \rightarrow W (<0)$

efficacité : $\eta_m = \dfrac{\text{Sortie}}{\text{Entrée}}$



$$\eta_m = -\frac{W}{Q_C}$$

$\eta =$

$$\eta_m = 1 + \frac{Q_F}{Q_C}$$

$$\eta_m = 1 + \frac{T_F - T_C \cdot \alpha^{-(\gamma-1)}}{T_C - T_F \cdot \alpha^{\gamma-1}}$$

$$\eta_m = 1 - \frac{T_C \cdot \alpha^{-(\gamma-1)} - T_F}{T_C - T_F \cdot \alpha^{(\gamma-1)}} \qquad \alpha^{+(\gamma-1)}$$

$$= 1 - \frac{T_C \cdot \cancel{- T_F \cdot \alpha^{+(\gamma-1)}}}{T_C - \cancel{T_F \cdot \alpha^{(\gamma-1)}}} \cdot \alpha^{-(\gamma-1)}$$

$$\boxed{\eta_m = 1 - \alpha^{-(\gamma-1)}}$$

AN : $\eta_m = 1 - 8^{-(0.4)}$

$$\boxed{\eta_m = 0{,}565}$$

$$r = \frac{\eta_m}{\eta_C} = \frac{0{,}56}{0.8} \simeq 0{,}706 \simeq 70\,\%$$