

Exercice 1 :

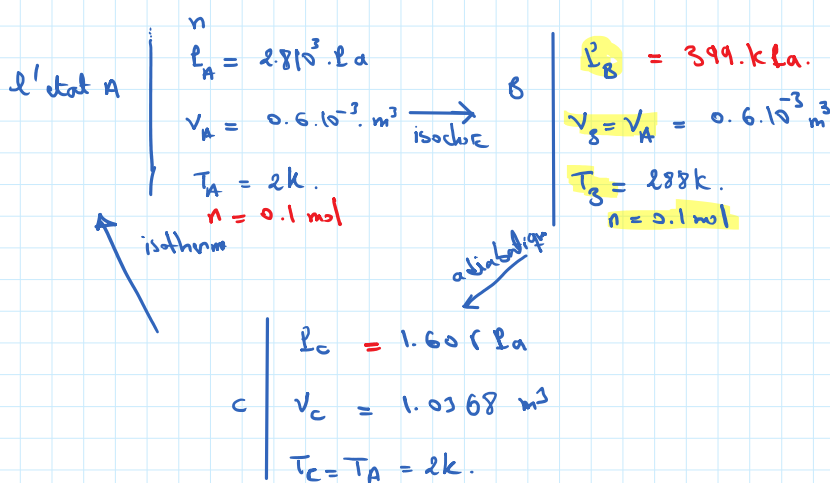
Une quantité d'un gaz, supposé parfait monoatomique, de volume $V_A = 0,6 \text{ l}$, à la température $T_A = 2 \text{ K}$ et sous la pression $P_A = 2,8 \text{ KPa}$, subit le cycle de transformations réversibles suivantes :

- ❖ Chauffage à volume constant de l'état A à l'état B où $T_B = 288 \text{ K}$.
- ❖ Détente adiabatique de l'état B à l'état C .
- ❖ Compression isotherme ramenant le gaz à son état initial.

1. Pour chaque état, déterminer les paramètres P , V et T du gaz.
2. Pour chaque transformation, calculer les quantités de chaleur et les travaux échangés.
3. Représenter le cycle de transformations dans le diagramme de Clapeyron. Que représente l'aire du cycle ?
4. D'après le sens de parcours du cycle, le gaz a-t-il reçu ou fourni du travail au milieu extérieur ? confirmer la réponse par l'application numérique.
5. Le premier principe est-il vérifié ?

On donne : Constante des gaz parfaits : $R = 8,32 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

Capacité calorifiques molaires : $C_{VM} = 3R/2$, $C_{PM} = 5R/2$.



Déterminons le nombre de moles du gaz :

$$n = \frac{P_A \cdot V_A}{R \cdot T_A}$$

AN: $= \frac{0,6 \cdot 10^{-3} \cdot 2,8 \cdot 10^3}{8,32 \times 2} = 0,10096 \text{ mol} \approx 0,1 \text{ mol}$

* B: P_B

$$P_B = \frac{n R T_B}{V_B} = 399,36 \text{ kPa}$$

* C: B $\xrightarrow{\text{adiab.}}$ C

Relation de Laplace: $P \cdot V^\gamma = \text{cte}$, $(P, V) \rightarrow \gamma = \frac{C_P}{C_V}$

Relations de Laplace: (Transf. adiabatique réversible)

$$\begin{cases} P V^\gamma = \text{cte} & (P, V) \quad (1) \quad \gamma = \frac{C_p}{C_v} \\ \frac{nRT}{V} \cdot V^\gamma = \text{cte} \\ T \cdot V^{\gamma-1} = \frac{\text{cte}}{nR} = \text{cte} \end{cases}$$

$$\| T \cdot V^{\gamma-1} = \text{cte} \| \quad (V, T) \quad (2)$$

$$P \left(\frac{nRT}{P} \right)^\gamma = \text{cte} \quad (P, T)$$

$$P^{1-\gamma} \cdot (nR)^\gamma \cdot T^\gamma = \text{cte}$$

$$P^{1-\gamma} \cdot T^\gamma = \text{cte}'$$

$$P^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \cdot T = \text{cte}'' \quad (3) \quad (P, T)$$

$$P V^\gamma = \text{cte} \Rightarrow P_s \cdot V_s^\gamma = P_c \cdot V_c^\gamma \quad (1)$$

$$T \cdot V^{\gamma-1} = \text{cte} : T_s \cdot V_s^{\gamma-1} = T_c \cdot \underline{V_c^{\gamma-1}}$$

$$V_c^{\gamma-1} = \left(\frac{T_s}{T_c} \right) \cdot V_s^{\gamma-1}$$

$$\Rightarrow V_c = \left(\frac{T_s}{T_c} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \cdot V_s$$

AN:

$$V_c = 1.0369 \text{ m}^3$$

$$P_c = \frac{nRT_c}{V_c} = 1.605 \text{ Pa}$$

8.7

A $\xrightarrow{V=\text{cte}}$ B

$$\delta W = 0 \quad (dV = 0)$$

$$U = U(T)$$

$$dU_{AB} = \delta Q_{AB} + \delta W_{AB} \Rightarrow \delta Q_{AB} = dU_{AB} - \delta W_{AB} = 0$$

$$\Rightarrow \delta Q_{AB} = n C_{v,m} dT$$

$$Q_{AB} = n C_{v,m} \int_{T_A}^{T_B} dT$$

$$Q_{AB} = n \cdot C_{v,m} \cdot (T_B - T_A)$$

$$Q_{AB} = n \cdot \frac{3}{2} R \cdot (T_B - T_A)$$

$$\varphi_{A2} = 356.93 \text{ J} \quad W_{A3} = 0 \text{ J}$$

* B → C Transf. adiabatique $\delta \varphi_{BC} = 0$ ($PV^\gamma = \text{cte}$)

$$Q_{BC} = 0 \text{ J} \quad P = \frac{dt}{V^\gamma}$$

$$W_{BC} = - \int_{\text{ct}} P \cdot dV = - \int_B^C P dV$$

$$= - \int P \cdot V^\gamma \frac{dV}{V^\gamma} = - \text{cte} \int_{V_A}^{V_B} dV \cdot V^{-\gamma}$$

$$W_{BC} = - \text{cte} \left[\frac{V^{-\gamma+1}}{-\gamma+1} \right]_{V_B}^{V_C}$$

$$= - \frac{\text{cte}}{1-\gamma} \left\{ V_C^{-\gamma+1} - V_B^{-\gamma+1} \right\}$$

$$= - \frac{1}{1-\gamma} \left\{ \underbrace{\text{cte}} \cdot V_C^{-\gamma+1} - \underbrace{\text{cte}} \cdot V_B^{-\gamma+1} \right\}$$

adiab. : $\underbrace{P_C \cdot V_C^\gamma} = \underbrace{P_B \cdot V_B^\gamma} = \underbrace{\text{cte}}$

$$W_{BC} = - \frac{1}{1-\gamma} \left\{ \underbrace{P_C \cdot V_C^\gamma} \cdot \underbrace{V_C^{-\gamma+1}} - \underbrace{P_B \cdot V_B^\gamma} \cdot \underbrace{V_B^{-\gamma+1}} \right\}$$

$$= - \frac{1}{1-\gamma} \left\{ P_C V_C - P_B V_B \right\}$$

$$W_{BC} = \frac{1}{1-\gamma} \left\{ P_B V_B - P_C V_C \right\}$$

En utilisant le 1er principe :

$$dU = \delta W_{BC} + \delta Q_{BC} \quad (\text{adiabatique})$$

$$\int_B^C dU = \int_B^C \delta W_{BC}$$

$$\Delta U = W_{BC} = n \cdot C_{vm} \cdot (T_C - T_B)$$

$$W_{BC} = - 356.93 \text{ J}$$

* C → A : isotherme : ($T_C = T_A = 2k$ et $\Delta T = 0$)

1^{er} principe: $du = \delta q_{CA} + \delta w_{CA}$

$$w_{CA} = - \int_c^A p dV = - \int_c^A (nRT) \frac{dV}{V}$$

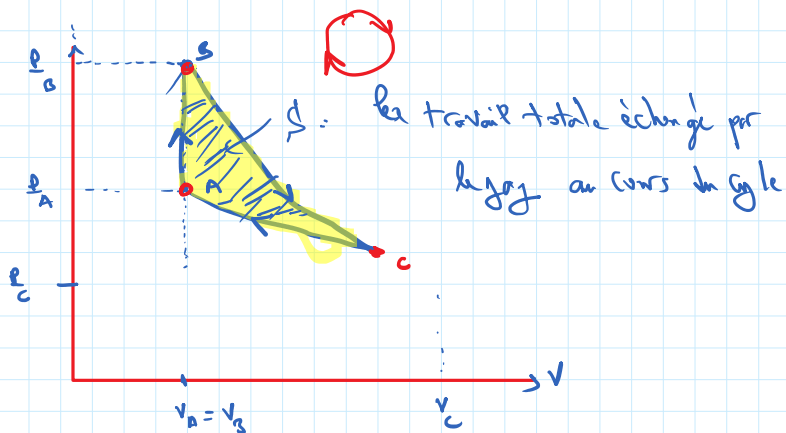
$$\| w_{CA} = -nRT_c \cdot \ln \frac{V_A}{V_c} = nRT_c \cdot \ln \frac{V_c}{V_A}$$

$$w_{CA} = 12.4 \text{ J.}$$

1^{er} loi de Joule: $du = 0 = \delta q_{CA} + \delta w_{CA}$

$$q_{CA} = -w_{CA} = -12.4 \text{ J.}$$

3) Diagramme de Clapeyron:



4) sens : horaire : le gaz fournit du travail.

$$\begin{aligned} w_{\text{cycle}} &= w_{AB} + w_{BC} + w_{CA} \\ &= 0 - 356.93 + 12.4 = -344.53 \text{ J} < 0 \\ & \text{(fourni du travail)} \end{aligned}$$

$$= 0 - 356,93 + 12 \cdot 11 = -344,93 \text{ J} < 0$$

(fourni du travail)

①

$$\Delta U_{\text{cycle}} = U_{\text{final}} - U_{\text{initial}} = \int_A^A df = f_B - f_A$$
$$= U_A - U_A \Rightarrow 0$$

$$\Delta U_{\text{cycle}} = Q_{\text{cycle}} + W_{\text{cycle}} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA}$$
$$+ W_{AB} + W_{BC} + W_{CA}$$
$$= 0 \text{ J} \quad \therefore \text{1er principe est vérifié.}$$