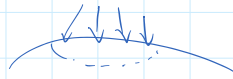


Résumé :

* Pression :

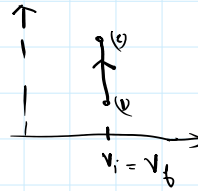
$$P = \frac{F}{S}$$



* Les lois du G.F. :

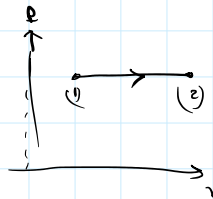
* Loi de Gay Lussac : ($V = \text{cte}$)

$$P \propto T \quad \left(\frac{P}{T} = \text{cte} \right)$$



* Loi de Charles : ($P = \text{cte}$)

$$V \propto T \quad \left(\frac{V}{T} = \text{cte} \right)$$



* Loi de Boyle-Mariotte : ($T = \text{cte}$)

$$P \cdot V = \text{cte}$$

$$P \cdot V = N k_B \cdot T$$

$$\text{or } n = \frac{N}{N_A} \Rightarrow N = n \cdot N_A$$

$$P \cdot V = n \cdot N_A k_B T$$

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

* Energie cinétique :

* gaz monoatomique :

$$P \cdot V = \frac{2}{3} E_c N$$

$$E_c = \frac{3}{2} \frac{P \cdot V}{N}$$

* gaz diatomique



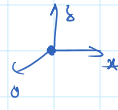
$$E_c = \frac{f}{2} T \cdot k_B$$

$$\text{V gaz } \Rightarrow E_c = \frac{n_d}{2} k_B T$$

n_d : degré de liberté.

$$v_{\text{gaz}} \Rightarrow \epsilon_c = \frac{n \cdot k_B T}{2}$$

n : degré de liberté.



3. d. L



2 d.L

2. vibrati

coefficient thermo elastique: $\alpha, \beta, \gamma, \chi_T$:

* Coef. dilution isobare:

$$\alpha = \frac{1}{V} \cdot \left. \frac{\partial V}{\partial T} \right|_P$$

* Coef. d'augmentation de pression isochore:

$$\beta = \frac{1}{P} \cdot \left. \frac{\partial P}{\partial T} \right|_V$$

* Coef. de compressibilité isotherme:

$$\chi_T = - \frac{1}{V} \cdot \left. \frac{\partial V}{\partial P} \right|_T$$

* Identité de Reich:

$$\alpha = \beta \cdot \chi_T$$

\Rightarrow pour un gaz: $\alpha = \frac{1}{T}$ $\beta = \frac{1}{T} = \alpha$.

$$\chi_T = \frac{1}{P}$$

Remarque: $P = P(V, T)$:

$$dP = \frac{\partial P}{\partial V} dV + \frac{\partial P}{\partial T} dT$$

$$dV = \frac{\partial V}{\partial P} dP + \frac{\partial V}{\partial T} dT$$

$$dP = \frac{\partial P}{\partial V} dV + P \cdot \beta \cdot dT$$

* Chapitre II: 1er principe:

$$W = - \int_{(1)}^{(2)} P_{\text{ext}} dV_{\text{Gaz}}$$

SW: n'est pas une fonction d'état

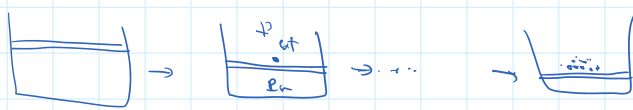
\Rightarrow dépend du chemin suivi

Conservation: $\rightarrow W \dots$

Compaction: $\Rightarrow W_{\text{com}}: \delta W > 0$

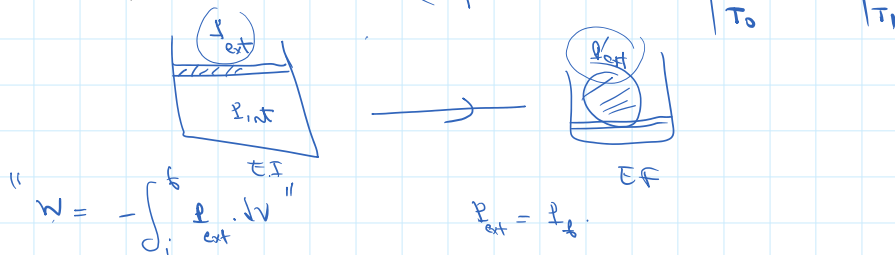
détente: $\Rightarrow W_{\text{ext}}: \delta W < 0$

Transformation réversible: (lente):



$$p_{\text{ext}} = p_{\text{int}} \Rightarrow W = - \int p \cdot dV$$

* Transformation irréversible: (rapide)



$$W = - \int_i^f p_{\text{ext}} \cdot dV$$

$$p_{\text{ext}} = p_f$$

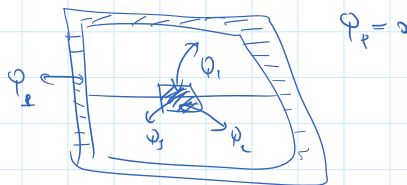
* chaleur sensible: (sans changement d'état) chaleur latente: (changement d'état)

$$Q = m \cdot c \cdot (T_f - T_i)$$

$$Q_L = m \cdot L_f$$



$$\sum Q_i = Q_f$$



1er principe (Bilans énergétique):

$$\underline{dU} = \underline{\delta Q} + \underline{\delta W} \quad : \quad f. \text{ d'état}$$

Pour m g.l.: 1er loi de Joule: $U = U(T)$
 $v = \text{cte}: \quad \parallel \delta Q = dU = m \cdot c_v \cdot dT = C_v \cdot dT \parallel \quad (J/K)$

l'enthalpie: $H = U + p \cdot V$

$$dH = dU + p \cdot dV + V \cdot dp$$

$$dH = \delta Q + V \cdot dp$$

$$dH = \delta p + v \delta p.$$

$$\delta p = \frac{dH - v \delta p}{v}$$

$$H = H(T) \quad (\text{a.p.})$$

$p = \text{cte.}$

$$\delta p = \frac{dH}{m} = m \cdot \frac{C_p}{m} \cdot dT$$

Relation de Mayer:

$$C_p - C_v = nR$$

$$C_{p,m} - C_{v,m} = R$$

$$C_{p,m} = \frac{f}{2} R$$

$$C_{v,m} = \frac{f-2}{2} R$$

$$f = \frac{2E}{E_{tr}} = \frac{2E}{E_{tr}}$$



* Cycle:

$$\Delta U_{\text{gck}} = U_f - U_i = 0$$

$$\Delta H_{\text{gck}} = 0 = H_f - H_i \quad (\text{J.T.E.})$$

* Transf. reversible adiabatique:

$$\begin{aligned} \frac{p}{T} &= \text{cte.} \\ T V^{\gamma-1} &= \text{cte} \\ T p^{\frac{1}{\gamma-1}} &= \text{cte} \end{aligned}$$

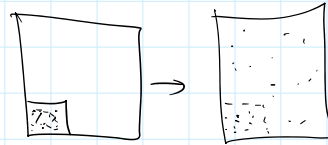
$$\begin{cases} C_p = \frac{\gamma R}{\gamma-1} \\ C_v = \frac{R}{\gamma-1} \end{cases}$$

* Entropie:

$$ds = \frac{\delta Q}{T}$$

$$\Delta S_{\text{gck}} = 0$$

$$\Delta S = S_{\text{créé}} + S_{\text{échangé}}$$



1. p_1

$$p_1 = p_0 + \frac{M_0 g}{b}$$

↓

p_2

2.

$$p_2 = p_0 + \frac{M_0 g}{b} + \frac{m_0 g}{b}$$

$$p_2 = p_0 + \frac{(M_0 + m_0) g}{b}$$

$$\parallel p_2 = p_1 + \frac{m_0 g}{b} \parallel$$

b. W. :

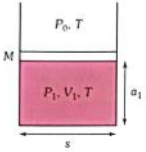
8. Compression d'un gaz parfait

D'après CCP

Un cylindre circulaire d'axe vertical et de section s est fermé par un piston de masse M . Pour traiter l'aspect thermodynamique de ce problème, on négligera les frottements du piston sur le cylindre (ces frottements existent néanmoins et permettent d'atteindre l'état d'équilibre mécanique). On introduit dans le cylindre à température ambiante T une quantité de diazote n telle que le plan inférieur du piston soit, à l'équilibre, à une distance a_1 du fond (Fig. 11). On notera P_0 la pression atmosphérique et on assimilera le diazote à un gaz parfait diatomique.

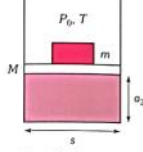
1. En étudiant l'équilibre du piston, donner l'expression de la pression P_1 à l'intérieur du cylindre en fonction de P_0 , M , s , et l'accélération de la pesanteur g .

On ajoute dorénavant une surcharge de masse m sur le piston (Fig. 12).



Cylindre et piston dans la configuration initiale

Figure 11



Ajout de la masse m

Figure 12

2. On suppose dans cette question que le nouvel équilibre mécanique est atteint avant que tout échange thermique n'ait eu lieu avec l'extérieur.

- Exprimer la pression P_2 dans le cylindre en fonction de P_0 , M , m , s et g .
- Déterminer le travail des forces de pression atmosphérique exercées sur le piston et transmises intégralement au gaz en fonction de P_0 et de la variation de volume du gaz dans le cylindre.
- Déterminer le travail de pesanteur de l'ensemble (piston + surcharge) en fonction de M , m , et g et de la variation de volume du gaz dans le cylindre.
- En appelant T_2 la température juste après l'équilibre mécanique et avant tout échange thermique, appliquer le premier principe de la thermodynamique au système fermé du gaz parfait et exprimer la nouvelle hauteur du piston a_2 en fonction de a_1 , C_V , T_2 , T , P_2 et s .
- En déduire alors a_2 en fonction de a_1 , $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$, P_1 et P_2 .

3. On suppose maintenant que l'équilibre thermique s'est établi avec l'extérieur.

Exprimer la pression P_3 à l'intérieur du cylindre en fonction de P_0 , M , m , s et g .

Exprimer ensuite la nouvelle position d'équilibre du piston a_3 en fonction de a_1 , P_1 et P_3 , puis en fonction de a_1 , P_0 , M , m , s et g .

4. Quelle est la relation entre l'énergie thermique Q et le travail W mis en jeu lors de l'ensemble de la transformation subie par le gaz ?

Donner l'expression du travail W . En déduire l'expression de l'énergie thermique Q en fonction de P_3 , a_3 , a_1 et s , puis en fonction de n , R , T , P_0 , M , m , s et g , toujours sur l'ensemble de la transformation.

b. W_{atm} :

$$W_{atm} = - \int_{V_1}^{V_2} P_0 \cdot dV_{gaz}$$

$$W_{atm} = -P_0 (V_2 - V_1) = -P_0 s (a_2 - a_1)$$

$$d) W_{ps} = - \int_{V_1}^{V_2} \frac{(m+M)g}{s} dV_{gaz}$$

$$W_{ps} = -(m+M)g (a_2 - a_1)$$

$$W_{tot} = W_{atm} + W_{ps}$$

$$W_{tot} = - [P_0 s + (m+M)g] (a_2 - a_1)$$

$$d) \Delta U = W + \varphi \quad (\varphi = 0: \text{transformation rapide adiabatique})$$

$$\Delta U = n C_V (T_2 - T) = - [P_0 s + (m+M)g] (a_2 - a_1)$$

$$a_2 = a_1 - \frac{n C_V (T_2 - T)}{P_0 s}$$

$$e) a_2 = f(\gamma, P_1, P_2)$$

$$n C_V = \frac{nR}{\gamma - 1}$$

$$P_1 V_1 = n \cdot R T$$

$$\Rightarrow T_2 - T = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{nR}$$

$$P_2 V_2 = n \cdot R T_2$$

$$a_2 = a_1 - \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{(\gamma - 1) P_0 s}$$

$$a_2 = a_1 - \frac{P_2 \cdot a_2 - P_1 a_1}{(\gamma - 1) \cdot P_0 s}$$

$$\text{Soit: } (\gamma - 1) P_0 s a_2 = (\gamma - 1) P_0 s a_1 - P_2 a_2 + P_1 a_1$$

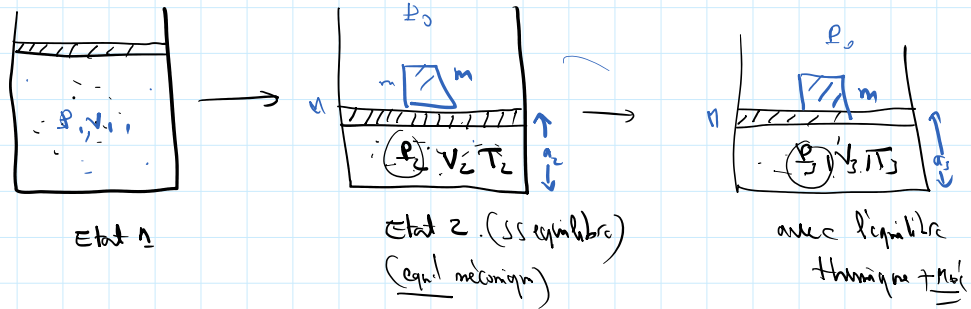
$$a_2 \left((\gamma - 1) \frac{P_0 s}{s} + P_2 \right) = \left((\gamma - 1) \frac{P_0 s}{s} + P_1 \right) a_1$$

$$a_2 = \frac{(\gamma - 1) P_0 s + P_1}{\gamma P_0 s} a_1$$

$$a_2 = \frac{(\dots)^{T+1}}{\delta p_c} a_1$$

3. équilibre thermique: $T = T_3$: (équilibre mécanique)

$$\text{Etat 2} \left| \begin{array}{l} p_c \\ V_c \\ T_c \end{array} \right. \longrightarrow \text{Etat 3} \left| \begin{array}{l} p_3 = p_c \\ V_3 \\ T_3 = T \end{array} \right.$$



$\times \frac{p_3}{T}$:

$$\textcircled{np} = \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_c V_c}{T_c} = \frac{p_3 V}{T} = \frac{p_3 a_3 \cdot A}{T}$$

$$\parallel \frac{p_2 a_2 \cdot A}{T_2} = \frac{p_3 a_3 \cdot A}{T} \parallel$$

$$\frac{p_3 V_3}{T} = \frac{p_1 V_1}{T_1}$$

$$a_3 = a_2 \cdot \frac{T_2}{T}$$

$$p_1, p_2 = p_3$$

$$\frac{T}{T_1} = \frac{p_3 V_3}{p_1 V_1} = \frac{p_3 a_3}{p_1 a_1} \quad \textcircled{1}$$

$$\frac{p_3 a_3}{p_1 a_1} = 1 \Rightarrow a_3 = a_1 \frac{p_1}{p_3}$$

$$\parallel a_3 = a_1 \cdot \frac{p_0 \Delta + Mg}{p_0 \Delta + (m+M)g} \parallel$$

$$\frac{a_3}{a_1} = \frac{p_0 \Delta + Mg}{p_0 \Delta + (m+M)g}$$

4. Etat 1 \rightarrow Etat 3: transformation "monotherme": $T_3 = T_1 = T$

$$\Delta U_{\text{tot}} = 0 = W_{\text{tot}} + Q_{\text{tot}}$$

$$Q_{\text{tot}} = -W_{\text{tot}} = + \int_1^3 p_c dv$$

$$P_3 = P_2 = P_0 + \frac{(m+M)g}{A} \dots$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_{\text{tot}} = P_3 (V_3 - V_1) = P_3 \Delta (a_3 - a_1) \\ P_3 \Delta a_3 = P_2 V_3 = nRT \end{array} \right.$$

$$\text{" } Q_{\text{tot}} = nRT \left(1 - \frac{a_1}{a_3} \right) \text{"}$$

$$Q_{\text{tot}} = nRT \left(1 - \frac{P_0 \Delta + (m+M)g}{P_0 \Delta + M \cdot g} \right)$$

4. Climatiseur

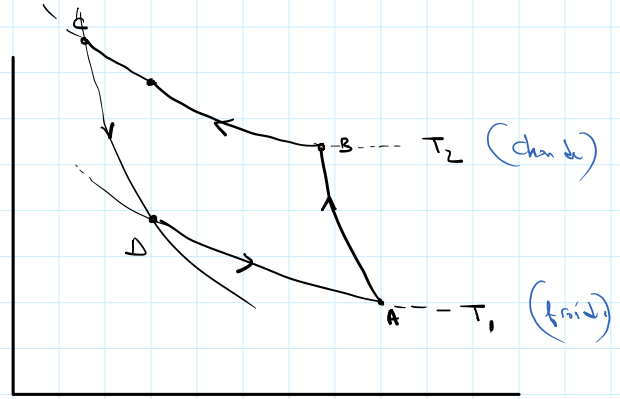
D'après Agro

On souhaite réaliser la climatisation d'un local afin de maintenir sa température à la valeur $T_1 = 300$ K alors que la température extérieure est $T_2 = 315$ K.

On utilise une machine thermique, fonctionnant avec n mol d'un fluide assimilable à un gaz parfait, de capacité thermique molaire à pression constante $C_{pm} = 30 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Au cours d'un cycle, le fluide reçoit les transferts thermiques $Q_1 > 0$ de la source froide (local) et $Q_2 < 0$ de la source chaude (extérieur), ainsi que le travail $W > 0$.

1. cycle de Carnot:



b) e_c :

$$\Delta U_{\text{cyc}} = 0 = W + \varphi_1 + \varphi_2 \Rightarrow W = -(\varphi_1 + \varphi_2)$$

$$\Delta S = 0 = \frac{\varphi_1}{T_1} + \frac{\varphi_2}{T_2} \Rightarrow 0 = \varphi_1 + \frac{T_1}{T_2} \varphi_2$$

$$\left\| \frac{T_1}{T_2} = -\frac{\varphi_1}{\varphi_2} \right\|$$

$$e_c = \frac{\varphi_1}{W} \quad (\varphi_1 > 0) \Rightarrow \text{local}$$

l'efficacité du climatiseur correspond à l'énergie utile (énergie thermique prélevée à la source froide, le local $\varphi_1 > 0$) sur la grandeur dépensée ($-W$)

$$e_c = -\frac{\varphi_1}{\varphi_1 + \varphi_2} = -\frac{1}{1 + \frac{\varphi_2}{\varphi_1}} = \frac{1}{1 - \frac{T_2}{T_1}}$$

$$\left\| e_c = \frac{T_1}{T_2 - T_1} \right\|$$

AN $\Rightarrow e_c = 20$.

1. Dans un premier temps, on considère que le cycle est un cycle de Carnot défini comme suit.

Le fluide passe par les états d'équilibre A, B, C, D par une succession de transformations :

A - B : compression adiabatique réversible de la température T_1 à la température T_2 .

B - C : compression isotherme réversible à la température T_2 .

C - D : détente adiabatique réversible de la température T_2 à la température T_1 .

D - A : détente isotherme réversible à la température T_1 .

a) Représenter l'allure du cycle dans le diagramme de Watt $P(V)$.

b) Définir, puis établir l'expression de l'efficacité thermodynamique e_c de la machine en fonction de T_1 et T_2 . Calculer e_c .

2. En réalité, le fluide ne décrit pas le cycle de Carnot défini au 1. mais le cycle suivant :

A - B : compression adiabatique réversible de la température T_1 à la température T_1' .

On donne $T_1' = 350$ K.

B - C : refroidissement isobare de la température T_1' à la température T_2 .

C - D : détente adiabatique réversible de la température T_2 à la température T_2' .

D - A : échauffement isobare de la température T_2' à la température T_1 .

a) Représenter l'allure du cycle dans le diagramme de Watt $P(V)$.

b) Exprimer les variations d'entropie du fluide (n mol) au cours de chacune des transformations qu'il subit en fonction de n , C_{pm} , T_1 , T_2 , T_1' et T_2' .

En déduire l'expression de la variation d'entropie du fluide au cours du cycle en fonction de n , C_{pm} , T_1 , T_2 , T_1' et T_2' .

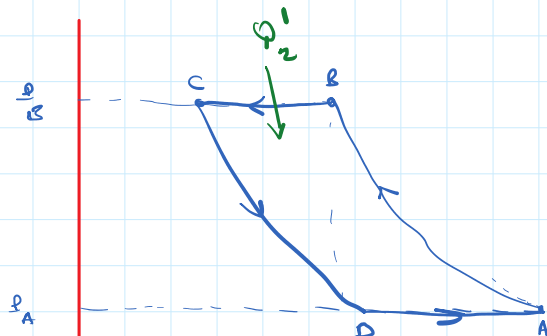
En déduire une relation simple entre T_1 , T_2 , T_1' et T_2' . On trouve ainsi $T_2' = 270$ K.

c) Établir l'expression du transfert thermique Q_2' reçu par le fluide au cours de la transformation de B à C en fonction de n , C_{pm} , et de certaines températures.

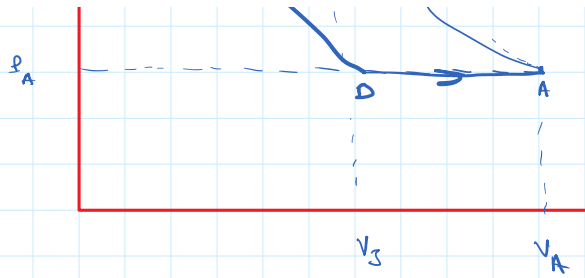
Établir l'expression du transfert thermique Q_1' reçu par le fluide au cours de la transformation de D à A en fonction de n , C_{pm} , et de certaines températures.

En déduire l'expression du travail W' reçu par le fluide au cours du cycle.

2.a)



En déduire une relation simple entre T_1 , T_2 , T_1' et T_2' . On trouve ainsi $T_2' = 270$ K.
 c) Établir l'expression du transfert thermique Q_1^c reçu par le fluide au cours de la transformation de B à C en fonction de n , $C_{p,m}$ et de certaines températures.
 Établir l'expression du transfert thermique Q_2^c reçu par le fluide au cours de la transformation de D à A en fonction de n , $C_{p,m}$ et de certaines températures.
 En déduire l'expression du travail W^c reçu par le fluide au cours du cycle.
 d) Exprimer puis calculer la nouvelle efficacité thermodynamique e^c de la machine.
 Comparer à e_c . La conclusion était-elle prévisible et pourquoi ?



b) les calculs entropiques:

AB: a diabatique réversible = isentropique

$$\Delta S_{AB} = 0 \quad (S^A = S^B = \text{cte})$$

BC: (v = cte).

$$ds = \frac{dp}{\gamma}$$

$$dH = V dp + \gamma p$$

$$n C_{p,m} dT = dH = V dp + T ds$$

$$f = \text{cte}: ds = n C_{p,m} \frac{dT}{T} - \frac{V}{T} dp$$

$$\left\| \Delta S_{BC} = n C_{p,m} \ln \frac{T_2}{T_1'} \right\| \quad \text{car } p_c = p_b$$

* CD: a diabatique réversible: $\Delta S_{CD} = 0$ (isentropique)

x DA: isobare:

$$\Delta S_{DA} = n C_{p,m} \ln \frac{T_1}{T_2'} \quad \text{car } p_A = p_D$$

$$\Delta S_{\text{cycle}} = 0 = n C_{p,m} \left(\ln \left(\frac{T_1}{T_2'} \right) + \ln \left(\frac{T_2}{T_1'} \right) \right)$$

$$\ln \left(\frac{T_1}{T_2'} \times \frac{T_2}{T_1'} \right) = 0$$

$$\frac{T_1}{T_2'} \times \frac{T_2}{T_1'} = 1$$

$$T_1 T_2 = T_2' T_1'$$

c) le transfert thermique se fait par le fluide de l'atmosphère
(S.C), noté φ_2 ($\varphi_2 < 0$)

$$\varphi_2' = \Delta A \frac{C}{S} = n C_{p,m} (T_2 - T_1') \quad (\text{isobare}) \quad (\text{S.C})$$

$$\varphi_1' = \Delta H_0^A = n C_{p,m} (T_1 - T_2') \quad (\text{isobare})$$

$$\Delta U = 0 = W + \varphi_2' + \varphi_1'$$

$$W = - (\varphi_2' + \varphi_1')$$

$$\| W = + n C_{p,m} (T_2' - T_1 + T_1 - T_2) \|$$

d) efficacité:

$$e' = \frac{\varphi_1'}{W} = \frac{T_1 - T_2'}{T_2' - T_1 + T_1 - T_2}$$

$$\text{AN} \Rightarrow \| e' = 6.0 \|$$

$$e' < e_c \downarrow$$