Compil'
Court

Inspiré du rappel de Monsieur H. Mahdioui

$\forall x_0 \in [a,b]$

$f(x_0)$

$f'(x_0)$

$\vdots$

$f^{(k)}(x_0)$

$\downarrow$

$T_n(f,x_0)$

$\cos$	$\sin$	$\tan$
$\cosh$	$\sinh$	$\tanh$
$\log$	$\ln$	$\exp$

E espace vectoriel des fonction de classe $\mathcal{C}^\infty$

$\dim E = \infty$

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}(x-x_0)^k$$

E espace des polynômes de degré $n \in \mathbb{N}$

$$P_n(x) = \sum_{k=0}^{n} a_k (x-x_0)^k$$

$P_n(x) \in \mathrm{Vect}\{1, x-x_0, (x-x_0)^2, \dots, (x-x_0)^n\}$

$\dim E = n+1$

Le théorème de Taylor-Lagrange :

$f \in \mathcal{C}^n([a,b],\mathbb{R})$, $\exists c \in]a,b[$:

$$\begin{cases} f(b) &= \displaystyle\sum_{k=0}^{n-1} \frac{f^{(k)}(a)}{k!}(b-a)^k + \frac{f^{(n)}(c)}{n!}(b-a)^n \\ f(x+h) &= \displaystyle\sum_{k=0}^{n-1} \frac{f^{(k)}(x)}{k!}h^k + \frac{f^{(n)}(x+\theta h)}{n!}h^n \end{cases}$$

Le théorème de Taylor-Young :

$\forall x \in [a,b]$ et $x_0 \in [a,b]$

$$\begin{aligned} f(x) &= \sum_{k=0}^{n} \frac{f^k(x_0)}{k!}(x-x_0)^k + \varepsilon(x-x_0)(x-x_0)^n \\ &= T_n(f,x_0) + o\left((x-x_0)^n\right) \end{aligned}$$