Chapitre 3 : Dynamique du point matériel dans réf Galiléen :

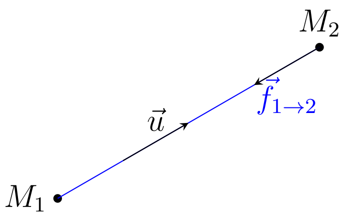
La dynamique : C'est l'étude du mouvement en tenant compte les causes qui le provoquent.

Force exercée sur un point matériel - Exemples :

Forces : Toute action capable de modifier la vitesse, module et direction.
La force est invariante par changement de référentiel.

Exemple de forces usuelles :

1. Force gravitationnelle - Poids : Soient deux points $M_1(m_1)$ et $M_2(m_2)$ tel que :



Avec :

$$\vec{f}_{1\to2} = -G\frac{m_1m_2}{M_1M_2^2}\vec{u}$$

En posant $\vec{u} = \dfrac{\overrightarrow{M_1M_2}}{M_1M_2}$, l'expression de la force devient :

$$\vec{f}_{1\to2} = -G\frac{m_1m_2}{M_1M_2^3}\overrightarrow{M_1M_2}$$

La force est attractive et :

$$\vec{f}_{1\to2} = -\vec{f}_{2\to1}$$

Si M_1 représente la terre de la masse m_T alors :

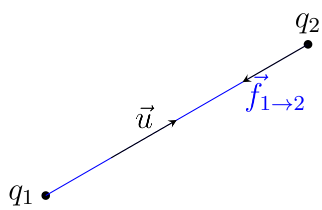
$$\begin{aligned}\vec{f}_{T\to M} &= -G\frac{m_Tm}{r^2}\vec{u}_r\\ &= m\left(-\frac{Gm_T}{r^2}\right)\vec{u}_r\\ &= m\left(-\frac{Gm_t}{(R+z)^2}\vec{u}_z\right)\\ &= m\vec{g}\end{aligned}$$

$\vec{g}$ est le champ de pesanteur, et cette force sera appelé le poids $\vec{P}$.

2. Force électrique : Soient q_1 et q_2 2 charges placées respectivement en M_1 et M_2.

On pose : $\vec{u} = \dfrac{\overrightarrow{M_1M_2}}{M_1M_2}$ l'expression devient alors

$$\vec{f}_{1\to2} = K\frac{q_1q_2}{M_1M_2^3}\overrightarrow{M_1M_2}$$



Où $K = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

Cette force peut être attractive ou répulsive.

Remarque : Toute qui s'écrit sous forme de $F = \dfrac{\alpha}{r^2}$ est dite Newtonienne.

Les lois de Newton :

Principe d'inertie - Référentiel Galiléen :

Quantité du mouvement : Dans un référentiel $\mathcal{R}$, la quentité du mouvement du point M de masse m et de vitesse $\vec{v}$ est donnée par :

$$\vec{p}_{M/\mathcal{R}} = m\vec{v}_{M/\mathcal{R}}$$

Système isolé mécaniquement : Absence des interactions (Pas des forces)

Système pseudo-isolé : Les interactions existent mais leur somme est nulle ($\sum \vec{F} = \vec{0}$)

Le principe d'inertie (La $1^{\text{ère}}$ loi de Newton) : Il existe des référentiels particuliers dites Galiléen, par rapport auquel une particule isolée ou pseudo-isolée est en mouvement de Translation Rectiligne Uniforme.

Un référentiel galiléen est un référentiel dans lequel le principe d'inertie est applicable.

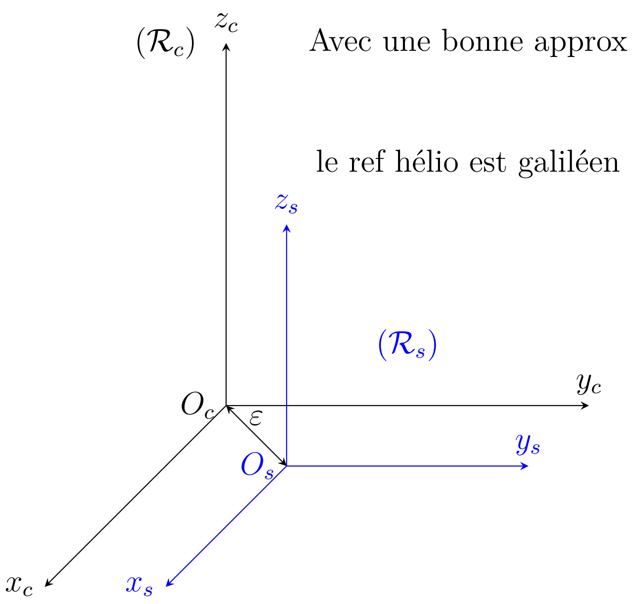
Soit $\mathcal{R}$ un réf Galiléen, tout réf en MTRU par rapport à $\mathcal{R}$ est aussi dit galiléen.

Exemple :

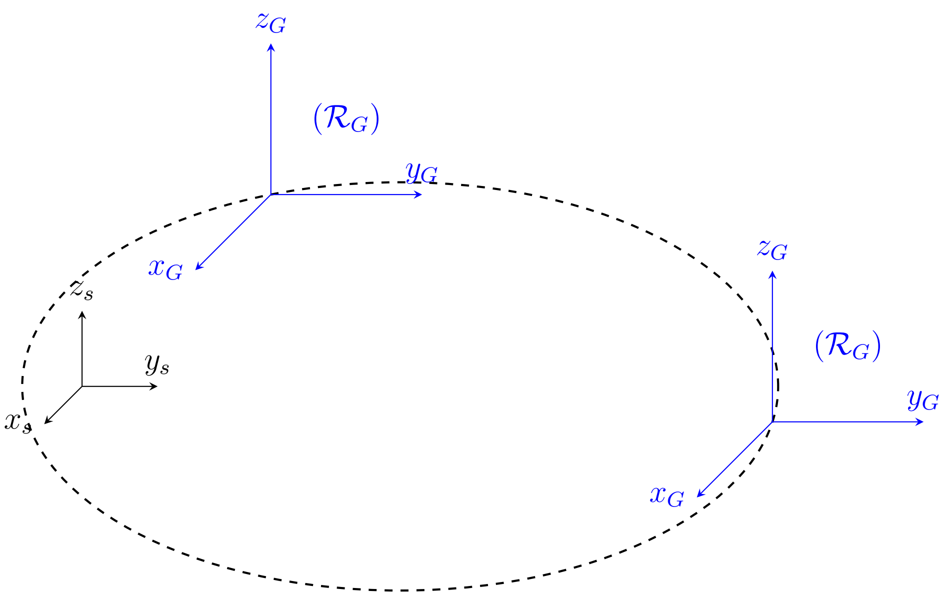
Réf de Copernic : Est le meilleur réf galiléen $\mathcal{R}_c(O_c, x_c, y_c, z_c)$, où O_c est le barycentre du système solaire, et les axes sont dirigés vers 3 étoiles fixes.

Il existent une infinité de référentiel en MTRU par rapport à $\mathcal{R}_c$ donc ils sont tout galiléens.

Réf héliocentrique : avec une bonne approximation $m_{\text{soleil}} \approx m_{\text{système solaire}}$ où $m_s >>> m \Longrightarrow O_s \approx O_c$



Réf géocentrique : Ce réf n'est pas galiléen :



Sur une durée Δt_{exp} de l'ordre de quelques jours la trajectoire de l'origine de $\mathcal{R}_G$ peut être considérée comme un segment de droite donc le réf est galiléen

Réf terrestre : Liée à la terre $\mathcal{R}_T$:

Ce réf est à la fois en mvt de rotation autour et de translation par rapport à $\mathcal{R}_G$ donc il n'est pas galiléen, mais $\mathcal{R}_T$ peut être considérée comme galiléen pour des expériences de durée courte et qui ne nécessitent pas une grande précision.

Principe fondamentale de la dynamique :

Soit M un point en mouvement dans le référentiel supposé galiléen et soumis à la force $\vec{F}$, le PFD est donné par :

$$m\vec{a}_{M/\mathcal{R}} = \vec{F}$$

Or on a :

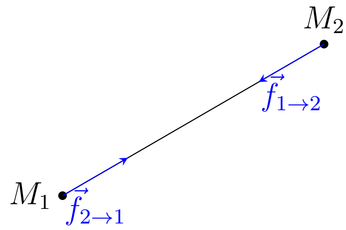
$$m\vec{a} = m\left.\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathcal{R}} = \left.\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathcal{R}}$$

Alors :

$$\vec{F} = \left.\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathcal{R}}$$

Principe de l'action et réaction :

Soient M_1 et M_2 deux points en interaction

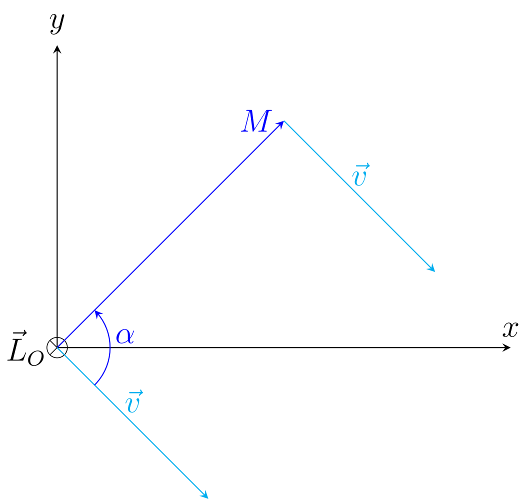


$$\vec{f}_{1\to 2} = -\vec{f}_{2\to 1}$$
$$\overrightarrow{M_1M_2} \wedge \vec{f}_{1\to 2} = \vec{0}$$

Théorème du moment cinétique :

Moment cinétique :

Soit le point $M(m)$ et de vitesse $\vec{v}$ dans $\mathcal{R}$:



Définition : On appelle le moment cinétique du point M en O noté $\vec{L}_O$ le moment de la quantité du mouvement donnée par :

$$\vec{L}_O = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{p} = \overrightarrow{OM} \wedge m\vec{v}$$

Remarque :

Le moment cinétique est un vecteur perpendiculaire au plan $(\overrightarrow{OM}, \vec{v})$

Le sens de ce vecteur est données par la règle du tir-bouchon

Le module est $L_O = m.OM.v.\sin\alpha$

Changement d'origine :

$$\begin{aligned}\vec{L}_A &= \overrightarrow{AM} \wedge m\vec{v} \\ &= \left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}\right) \wedge m\vec{v} \\ &= \vec{L}_B + \overrightarrow{AB} \wedge m\vec{v}\end{aligned}$$

Le moment cinétique par rapport à un axe (Δ) du vecteur $\vec{u}_\Delta$ unitaire : $L_\Delta = \vec{L}_O.\vec{u}_\Delta$ **Moment d'une force :**

Soit $\vec{F}$ une force appliquée sur $M(m)$, le moment de la force $\vec{F}$ en O est :

$$\vec{\mathscr{M}}_O(\vec{F}) = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{F}$$

Théorème du moment cinétique :

Soit $\vec{L}_O$ le moment cinétique de M en mouvement dans $\mathcal{R}$ galiléen de vitesse $\vec{v}$ et soumis à la force $\vec{F}$:

$$\vec{L}_O = \overrightarrow{OM} \wedge m\vec{v}$$

Par dérivation :

$$\begin{aligned}\left.\frac{\mathrm{d}\vec{L}_O}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathcal{R}} &= \vec{v} \wedge m\vec{v} + \overrightarrow{OM} \wedge m\vec{a} \\ &= \overrightarrow{OM} \wedge \vec{F} \\ &= \vec{\mathscr{M}}_O(\vec{F})\end{aligned}$$

En un point mobile A dans $\mathcal{R}$:

$$\vec{L}_A = \overrightarrow{AM} \wedge m\vec{v}$$

$$\begin{aligned}\left.\frac{\mathrm{d}\vec{L}_A}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathcal{R}} &= \left.\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{AM}}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathcal{R}} \wedge m\vec{v} + \overrightarrow{AM} \wedge \vec{F} \\ &= (\vec{v} - \vec{v}_A) \wedge m\vec{v} + \overrightarrow{AM} \wedge \vec{F} \\ &= -\vec{v}_A \wedge m\vec{v} + \vec{\mathscr{M}}_A(\vec{F})\end{aligned}$$

D'où le TMC en un point mobile A :

$$\left.\frac{\mathrm{d}\vec{L}_A}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathcal{R}} + \vec{v}_A \wedge m\vec{v} = \vec{\mathscr{M}}_A(\vec{F})$$

Équilibre dans un référentiel :

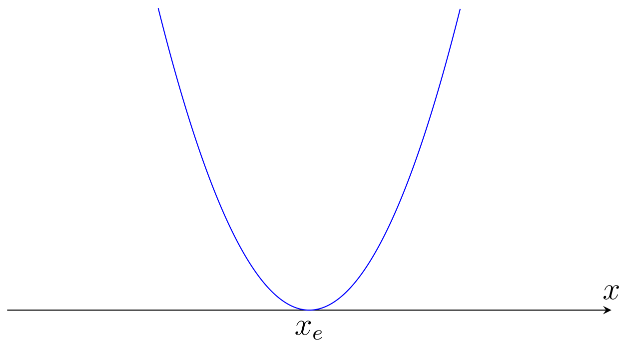
Définition :

Un point M est dit en équilibre dans le référentiel $\mathcal{R}$ si :

$$\vec{v}_{M/\mathcal{R}} = \vec{0} \qquad \text{et} \qquad \vec{a}_{M/\mathcal{R}} = \vec{0}$$

Conséquence : $\sum \vec{F} = \vec{0}$.

La condition $\vec{v} = \vec{0}$ en un point n'est pas suffisante pour dire qu'il est en équilibre. **Stabilité de la position d'équilibre :**



Position d'équilibre est stable :

$$\frac{\mathrm{d}^2 E_p}{\mathrm{d}x^2} > 0 \qquad \text{ou} \qquad \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

Position d'équilibre est instable :

$$\frac{\mathrm{d}^2 E_p}{\mathrm{d}x^2} < 0 \qquad \text{ou} \qquad \ddot{x} - \omega_0^2 x = 0$$