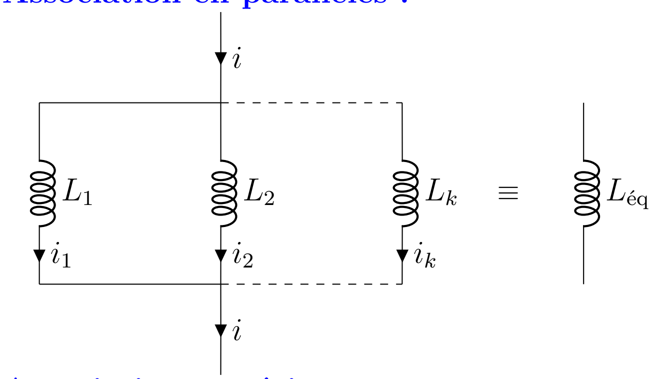
Circuit RL :

Ce fichier est préparé par **Compil'Court** d'ENSA Agadir.
∀ error found ∈ doc : contact us on discord.
Let's make ENSA AGADIR great again !

Les bobines :

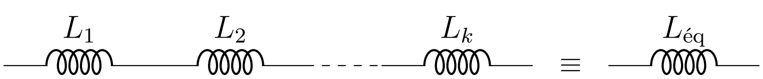
Association en parallèles :



L'inductance de la bobine équivalente vaut :

$$\frac{1}{L_{éq}} = \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{L_i}$$

Association en série :

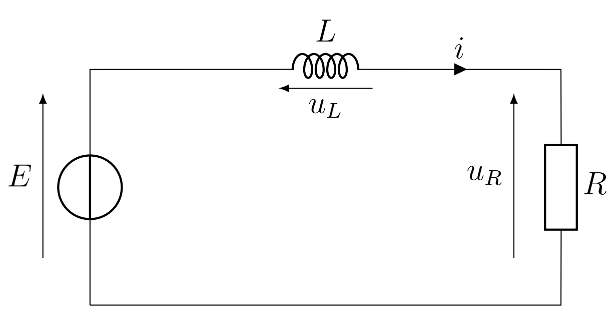


L'inductance de la bobine équivalente vaut :

$$L_{éq} = \sum_{i=1}^{k} L_i$$

Le circuit RL :

Établissement du courant :



Avant de commencer on note que la bobine est supposée idéale, c'est-à-dire sa résistance interne est nulle.
D'après la loi des mailles :

$$u_L + u_R = E$$
$$L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + Ri = E$$

C'est une équation différentielle de solution :

$$i = A\left(1 - e^{-\alpha t}\right)$$

En la remplaçant dans l'expression qu'on a obtenu :

$$\begin{aligned}
L\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(A\left(1 - e^{-\alpha t}\right)\right) + RA\left(1 - e^{-\alpha t}\right) = E\\
LA\alpha e^{-\alpha t} + RA - RAe^{-\alpha t} - E = 0\\
Ae^{-\alpha t}\left(L\alpha - R\right) + \left(RA - E\right) = 0
\end{aligned}$$

On en déduit que :

$$\begin{cases} L\alpha - R & = 0 \\ RA - E & = 0 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} \alpha & = \dfrac{R}{L} \\ A & = \dfrac{E}{R} \end{cases}$$

Par suite :

$$i = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

où $\tau = \dfrac{1}{\alpha} = \dfrac{L}{R}$

Pour l'expression de u_L, on sait que :

$$u_L = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

Donc :

$$\begin{aligned}
u_L &= L\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\right)\\
&= L.\frac{E}{R}\frac{1}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}\\
&= Ee^{-\frac{t}{\tau}}
\end{aligned}$$

Donc :

$$u_L = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$$

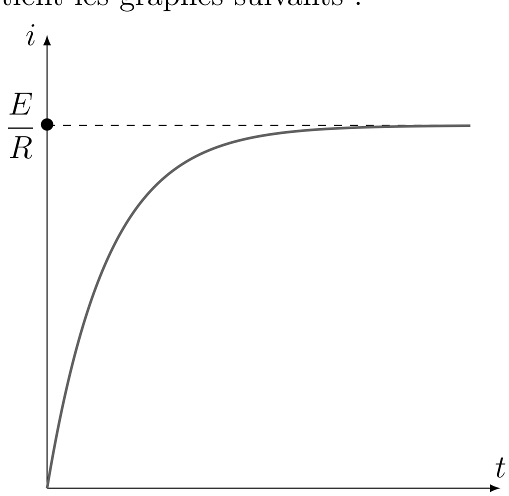
Et pour celle de u_R, on sait d'après la loi d'Ohm que :

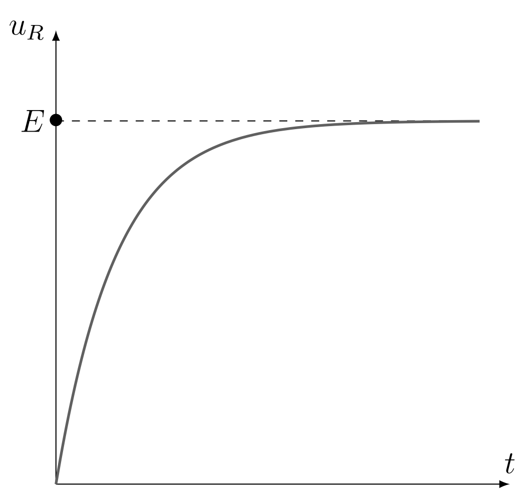
$$u_R = R.i$$

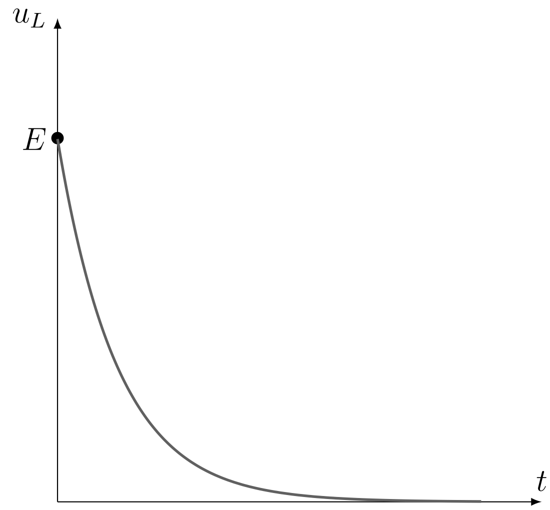
Donc :

$$u_R = R.\frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

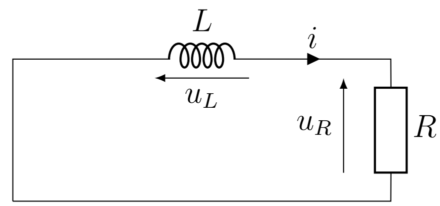
On obtient les graphes suivants :







Rupture de courant :



D'après la loi des mailles on a

$$\begin{aligned} u_L + u_R &= 0 \\ L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + Ri &= 0 \end{aligned}$$

C'est une équation différentielle de solution :

$$i = Ae^{-\alpha t} + B$$

En la remplaçant dans l'expression obtenu :

$$\begin{aligned} L\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(Ae^{-\alpha t} + B\right) + Ae^{-\alpha t} + B &= 0 \\ -LA\alpha e^{-\alpha t} + RAe^{-\alpha t} + RB &= 0 \\ Ae^{-\alpha t}\left(R - L\alpha\right) + RB &= 0 \end{aligned}$$

Or $Ae^{-\alpha t} \neq 0$ alors :

$$\begin{cases} R - L\alpha & = 0 \\ RB & = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} \alpha & = \dfrac{R}{L} \\ B & = 0 \end{cases}$$

Pour A, on peut la déterminer à partir des conditions initiales $t = 0$:
À cet instant $i = \dfrac{E}{R}$, c'est-à-dire :

$$\frac{E}{R} = A$$

Finalement :

$$i = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Où $\tau = \dfrac{L}{R}$ est la constante du temps.
Pour la tension u_L, on a :

$$u_L = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

$$\begin{aligned} u_L &= L\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \\ &= L \times \left(-\frac{E}{R}\frac{1}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \\ &= -Ee^{-\frac{t}{\tau}} \end{aligned}$$

Par suite :

$$u_L = -Ee^{-\frac{t}{\tau}}$$

Pour tension u_R, on a :

$$\begin{aligned} u_R &= Ri \\ &= R\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} \\ &= Ee^{-\frac{t}{\tau}} \end{aligned}$$

Par suite :

$$u_R = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$$

On obtient les graphes suivants :