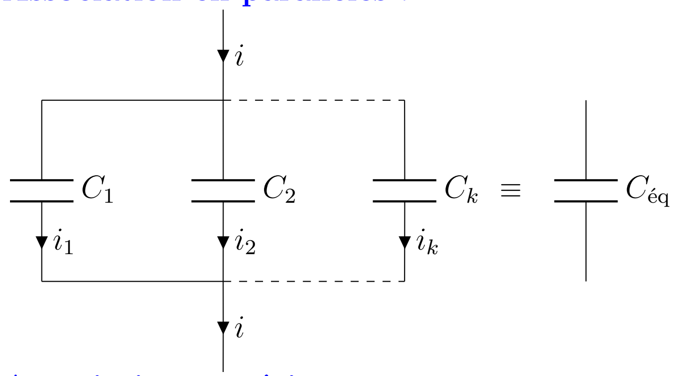
Circuit RC :

Ce fichier est préparé par **Compil'Court** d'ENSA Agadir.
∀ error found ∈ doc : contact us on discord.
Let's make ENSA AGADIR great again !

Les condensateurs :

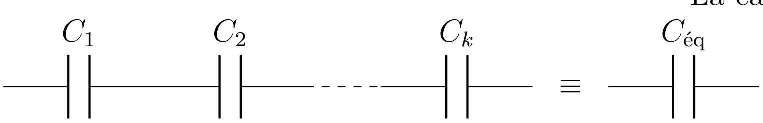
Association en parallèles :



La capacité du condensateur équivalent vaut :

$$C_{éq} = \sum_{i=1}^{k} C_i$$

Association en série :

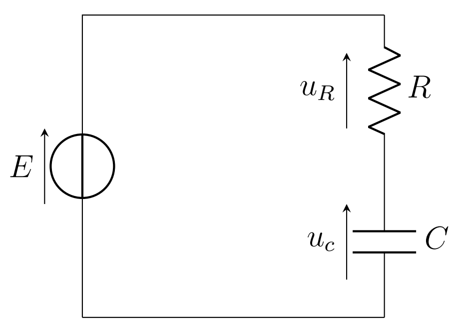


La capacité du condensateur équivalent vaut :

$$\frac{1}{C_{éq}} = \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{C_i}$$

Le circuit RC :

La charge du condensateur :



La loi des mailles on a :

$$\begin{aligned} E &= u_c + u_R \\ &= u_c + Ri \\ &= u_c + R\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} \\ &= u_c + RC\frac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t} \end{aligned}$$

Donc on en déduit l'équation suivante :

$$u_c + RC\frac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t} = E$$

C'est une équation différentielle d'inconnue u_c, dont la solution s'écrit sous la forme suivante :

$$u_c = Ae^{-\lambda t} + B$$

Il suffit de remplacer l'expression de u_c dans l'expression qu'on a démontré pour déterminer l'expression des constantes.
C'est-à-dire :

$$Ae^{-\lambda t} + B + RC\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\big(Ae^{-\lambda t} + B\big) = E$$

On rappelle que :

$$(e^{u(x)})' = u'(x)e^{u(x)}$$

Donc :

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\big(Ae^{-\lambda t}\big) &= A\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\big(e^{-\lambda t}\big)\\ &= A \times \left(-\lambda e^{-\lambda t}\right)\\ &= -A\lambda e^{-\lambda t}\end{aligned}$$

Par suite, l'équation devient :

$$\begin{aligned}Ae^{-\lambda t} + B + RC\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\big(Ae^{-\lambda t} + B\big) = E\\ Ae^{-\lambda t} + B - RCA\lambda e^{-\lambda t} - E = 0\\ Ae^{-\lambda t}\,(1-\lambda RC) + (B-E) = 0\end{aligned}$$

D'où on en déduit :

$$\begin{cases}1-\lambda RC &= 0\\ B-E &= 0\end{cases} \iff \begin{cases}\lambda &= \dfrac{1}{RC}\\ B &= E\end{cases}$$

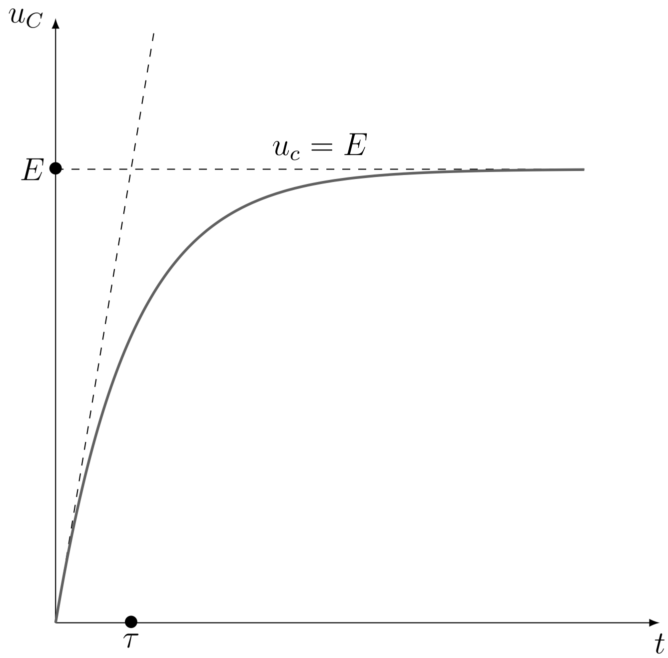
Pour A, elle se détermine à partir des conditions initiales, c-à-d lorsque $t = 0$:
À $t = 0$ on a :

$$\begin{aligned}u_c &= 0\\ Ae^{-\frac{0}{RC}} + E &= 0\\ A + E &= 0\\ A &= -E\end{aligned}$$

Par suite l'expression de u_c est :

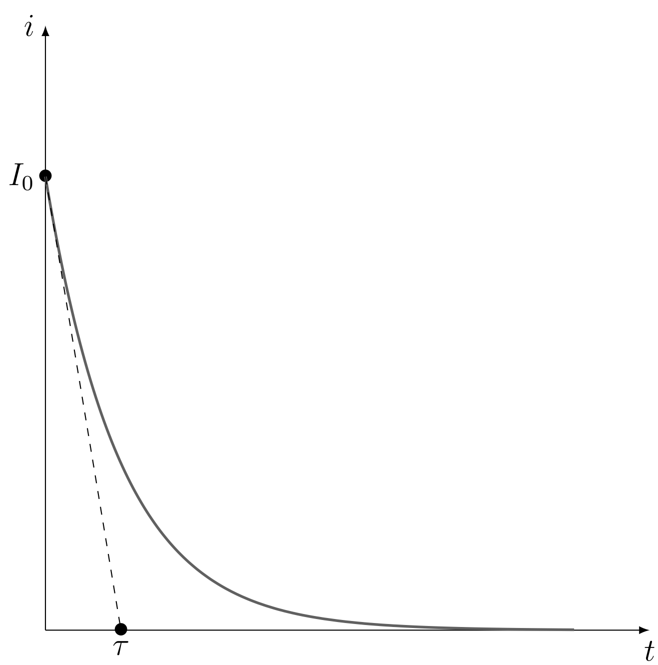
$$\begin{aligned}u_c &= E - Ee^{-\frac{t}{RC}}\\ u_c &= E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\end{aligned}$$

On obtient la courbe suivante



L'expression de i s'obtient à partir : $i = C\dfrac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t}$

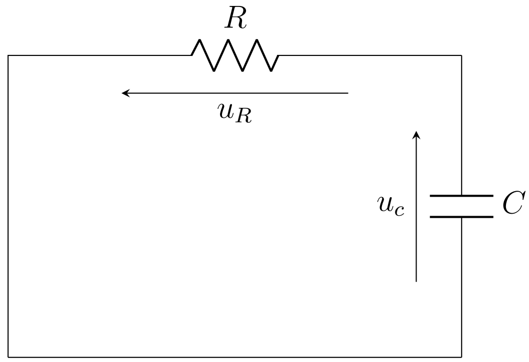
$$\begin{aligned}
i &= C\frac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t} \\
&= C\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\right) \\
&= C\frac{E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} \\
&= \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} \\
i &= I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}
\end{aligned}$$



Et celle de q à partir de :

$$q = Cu_c = CE\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = Q_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

Décharge du condensateur :



D'après la loi des mailles :

$$\begin{aligned} u_c + u_R &= 0 \\ u_c + Ri &= 0 \\ u_c + RC\frac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t} &= 0 \end{aligned}$$

On obtient l'équation différentielle suivante :

$$u_c + RC\frac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t} = 0$$

La solution est donnée par :

$$u_c = Ae^{-\lambda t}$$

Déterminons les constantes. On sait que :

$$u_c + RC\frac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t} = 0$$

et que :

$$u_c = Ae^{-\lambda t}$$

Donc :

$$\begin{aligned} Ae^{-\lambda t} + RC\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(Ae^{-\lambda t}\right) &= 0 \\ Ae^{-\lambda t} - RCA\lambda e^{-\lambda t} &= 0 \\ Ae^{-\lambda t}(1 - \lambda RC) &= 0 \end{aligned}$$

C'est-à-dire :

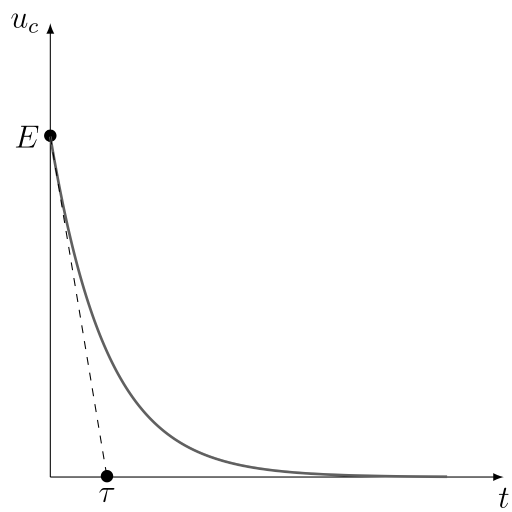
$$1 - \lambda RC = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{1}{RC} = \frac{1}{\tau}$$

Pour A on recourt aux conditions initiales :
À $t = 0$ on a $u_c = E$, autrement dit :

$$Ae^{-\frac{0}{\tau}} = E \Leftrightarrow A = E$$

Par suite l'expression de u_c est :

$$u_c = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$$



Pour déterminer l'expression de l'intensité du courant :

$$i = C\frac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t}$$

Et on a :

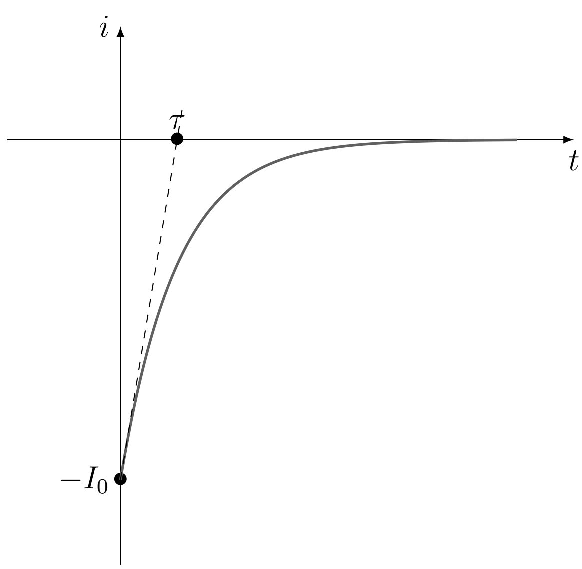
$$u_c = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$$

Par dérivation on obtient :

$$\frac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t} = \frac{-E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Donc :

$$\begin{aligned} i &= C\frac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t} \\ &= C \times \frac{-E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} \\ &= -\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} \\ &= -I_0e^{-\frac{t}{\tau}} \end{aligned}$$



Pour q on a :

$$q = Cu_c = CEe^{-\frac{t}{\tau}} = Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$