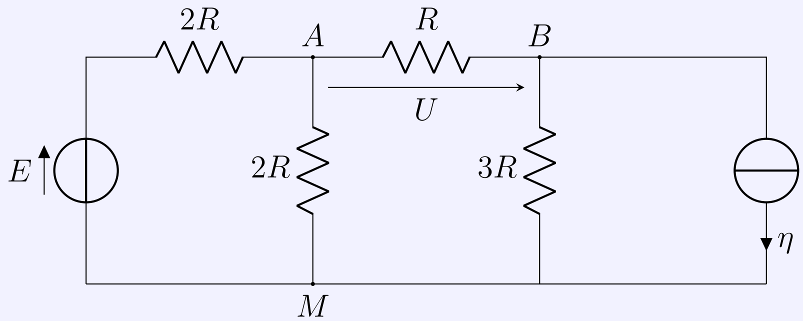
Correction examen 2020/2021 :

Ce fichier est préparé par **Compil'Court** d'ENSA Agadir.
Rejoignez nous sur nos réseaux sociaux :
Let's make ENSA AGADIR great again !

Exercice 01 :

On considère le circuit suivant :



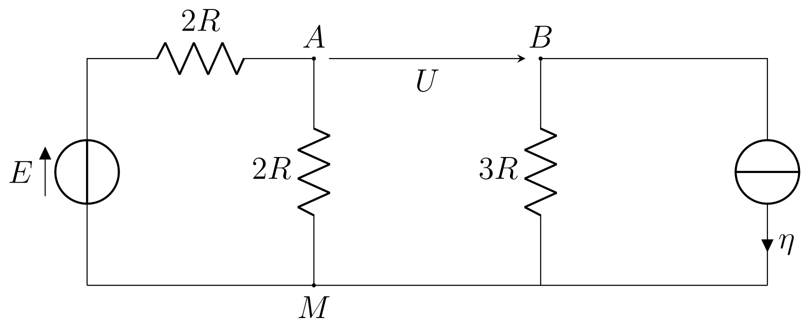
1. Déterminer l'expression de la tension U entre les points B et A en fonction de R, E et η en utilisant la méthode que vous jugez convenable.
2. Faire une application numérique en adoptant les valeurs suivantes : $E = 5V$, $\eta = 0.2A$ et $R = 5\Omega$

Solution :

On procédera par plusieurs méthodes pour résoudre la première question :

Théorème de Thévenin :

On enlève la charge R, ils restent donc 2 mailles indépendantes dans le circuit :



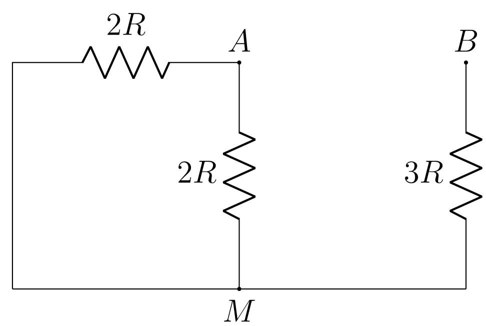
Calcul de $E_{\text{Th}} = V_B - V_A$:
Pour la maille à gauche la relation du diviseur de tension donne :

$$V_A = \frac{2R}{2R + 2R}E \iff V_A = \frac{E}{2}$$

Pour la maille à droite, $3R$ est parcourue par un courant η, on a donc :

$$V_B = -3R\eta$$

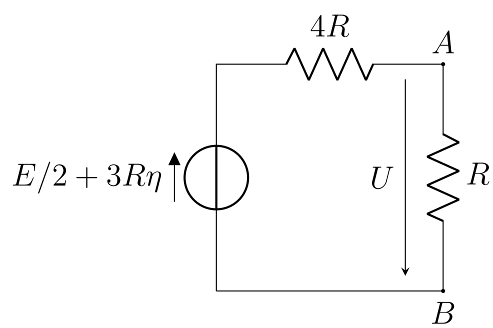
Calcul de R_{Th} :
Dans le schéma ci-dessous, on a court-circuit E, et on a ouvert η. Ce qui donne le schéma équivalent suivant :



La résistance équivalente entre A et B, et donc :

$$R_{\text{Th}} = (2R//2R) + 3R \Longleftrightarrow R_{\text{Th}} = \frac{2R \times 2R}{2R + 2R} + 3R = 4R$$

On remplace le circuit de départ par un circuit content : E_{Th}, R_{Th}, on en remet la charge R à sa place. On obtient le schéma suivant :



La relation du diviseur de tension nous donne :

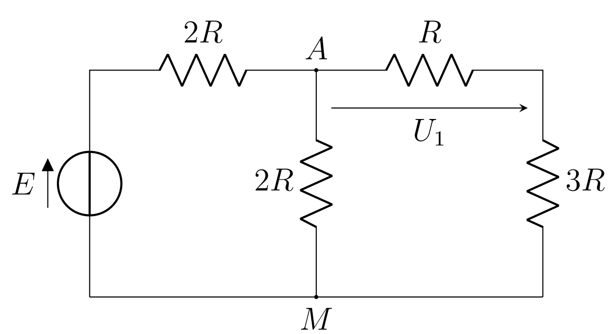
$$U = \frac{R}{R_{\text{Th}} + R} E_{\text{Th}} \Longrightarrow U = \frac{R}{4R + R}\left(-3R\eta - \frac{E}{2}\right)$$

D'où :

$$\boxed{U = -\frac{1}{5}\left(\frac{E}{2} + 3R\eta\right)}$$

Méthode de superposition :

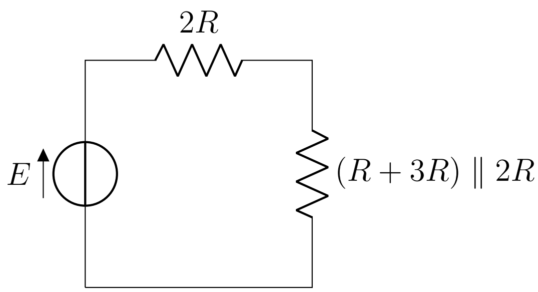
Éteindre η et garder E, le circuit devient :



Pour trouver U_1, on applique le diviseur de tension :

$$U_1 = \frac{-R}{R+3R} V_A \Longrightarrow U_1 = \frac{-V_A}{4}$$

On peut simplifier notre circuit pour calculer V_A :



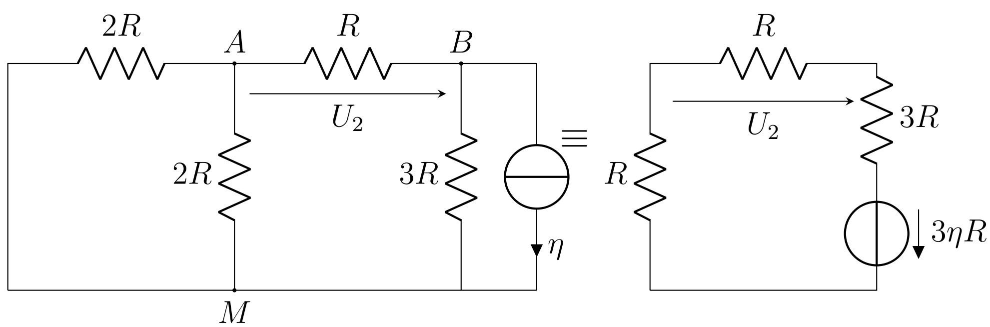
La résistance équivalente est $R_{\text{eq}} = \frac{4}{3}R$, on applique ainsi le diviseur de tension :

$$V_A = \frac{4/3 \times R}{2R + 4/3R} E = \frac{2}{5} E$$

Donc en remplacent dans U_1 :

$$U_1 = -\frac{V_A}{4} = -\frac{E}{10}$$

Éteindre E et garder η, le circuit devient :



U_2 étant un diseur de tension on aura :

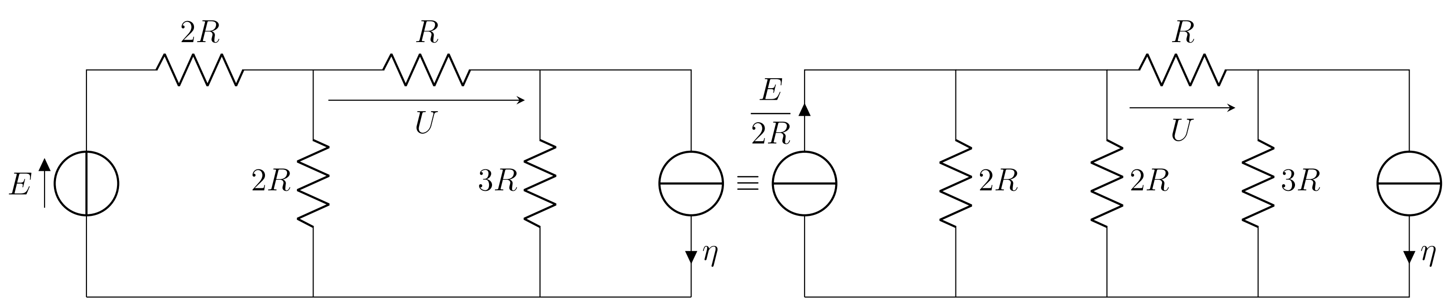
$$U_2 = -\frac{R}{5R} \times 3\eta R = -\frac{3R\eta}{5}$$

Donc par application du théorème de superposition on obtient :

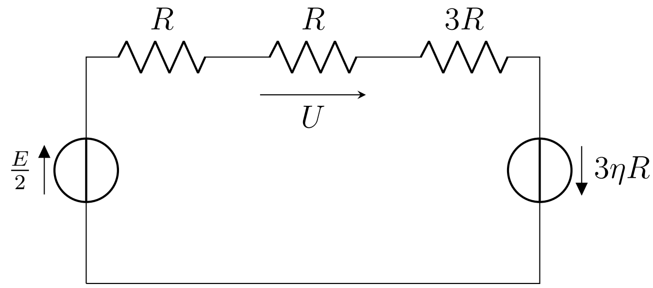
$$\begin{aligned} U &= U_1 + U_2 \\ &= -\frac{E}{10} - \frac{3R\eta}{5} \\ &= -\frac{1}{5}\left(\frac{E}{2} - 3R\eta\right) \end{aligned}$$

Les transformations Thévenin-Norton :

Dans cette méthode on procède par des simplifications directe du circuit :



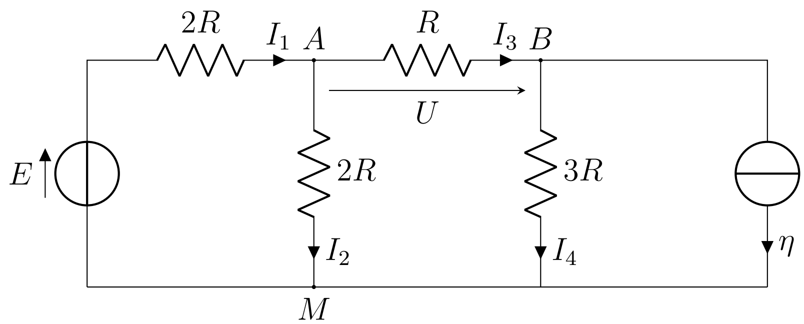
En réutilisant cette transformation on trouve :



En utilisant diviseur de tension (attention au signe de U et celui du générateur) :

$$U = -\frac{R}{5R}\left(\frac{E}{2} + 3R\eta\right) = -\frac{1}{5}\left(\frac{E}{2} + 3R\eta\right)$$

Les lois de Krichoff :



D'après la loi des noeuds :

$$\begin{cases} I_1 &= I_2 + I_3 \\ I_3 &= I_4 + \eta \end{cases}$$

Et d'après la loi des mailles on a :

$$\begin{cases} E - 2RI_1 - 2RI_2 &= 0 \\ 2RI82 - RI_3 - 3RI_4 &= 0 \end{cases}$$

Notre objectif et de calculer I_3 car : $U = -RI_3$ On a :

$$E - 2R(I_2 + I_3) - 2RI_2 = 0 \Longrightarrow E - 4RI_2 - 2RI_3 = 0$$

D'où :

$$2RI_1 = \frac{E}{2} - RI_3$$

Utilisons cette expression dans la deuxième équation :

$$\begin{aligned} \frac{E}{2} - RI_3 - RI_3 - 3RI_4 = 0 \\ \frac{E}{2} - 2RI_3 - 3RI_4 = 0 \\ \frac{1}{3R}\left(\frac{E}{2} - 2RI_3\right) = I_4 \end{aligned}$$

D'où

$$\begin{aligned} I_3 &= I_4 + \eta \\ &= \frac{1}{3R}\left(\frac{E}{2} - 2RI_3\right) + \eta \\ 3RI_3 &= \frac{E}{2} - 2RI_3 + 3R\eta \\ I_3 &= \frac{1}{5R}\left(\frac{E}{2} + 3R\eta\right) \end{aligned}$$

D'où

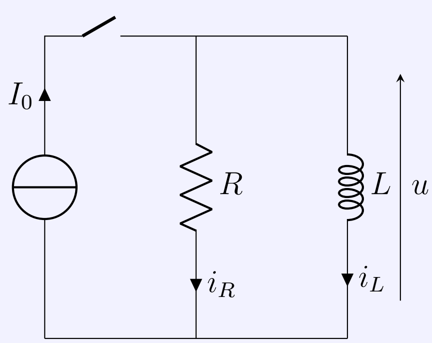
$$U = -RI_3 = -\frac{1}{5}\left(\frac{E}{2} + 3R\eta\right)$$

2. Application numérique :

$$U = -\frac{1}{5}\left(\frac{E}{2} + 3R\eta\right) = -1,1 \text{ V}$$

Exercice 04 :

Le circuit ci joint montre une bobine parfaite d'inductance propre L en parallèle avec un conducteur ohmique R. Ce réseau est dit RL parallèle à l'instant $t = 0$ de fermeture de l'interrupteur à une source idéale de courant électromoteur I_0. La bobine L étant initialement déchargée.
$i_L(0^-) = 0$ et $u(0^-) = 0$



1. Exprimer la loi des noeuds pour ce circuit
2. Donner l'expression de la tension u aux bornes de la bobine L en fonction de son courant de charge i_L
3. Exprimer la loi d'Ohm pour le conducteur ohmique R
4. Déduire des expressions précédentes l'équation différentielle vérifiée par u ($\tau = L/R$)
5. Calculer u par résolution de l'équation différentielle
6. En déduire les expressions des courants i_R et i_L
7. Représenter les graphes de u, i_L et i_R

Solution :

1. D'après la loi des noeuds on a : $I_0 = i_L + i_R$

2. On a : $u = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$

3. D'après la loi d'Ohm on a : $u_R = R \times i_R$

4. On a :

$$\begin{aligned}
i_L &= I_0 - i_R \\
i_L &= I_0 - \frac{u_R}{R} \\
L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} &= -\frac{L}{R}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} \\
u + \tau\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} &= 0
\end{aligned}$$

5. Cette équation admet un solution de forme $u = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$, on identifie A en utilisant les les conditions initiales :
À $t = 0$ on a $i_L = 0$ donc $i_R = I_0$, c'est-à-dire : $u(0) = RI_0$, et donc $A = RI_0$. Donc :

$$u = RI_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

6. Pour i_R on a :

$$i_R = \frac{u}{R} = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Et pour i_L on a :

$$i_L = I_0 - i_R = I_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

7. Les graphes :