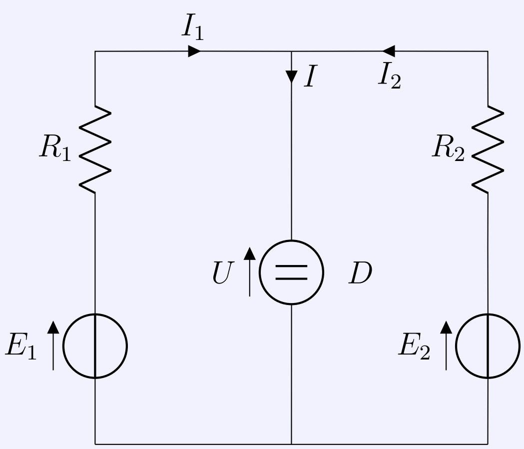
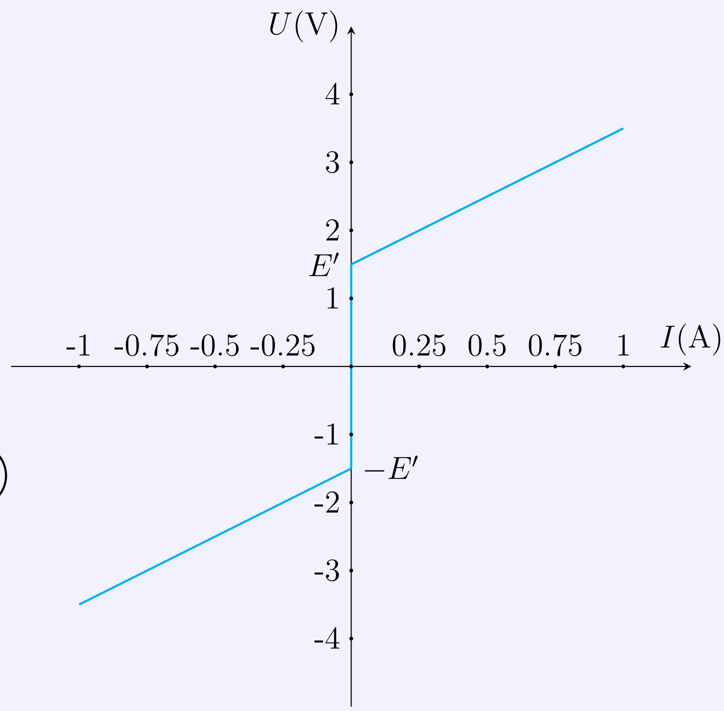
Correction examen 2017/2018 :

Ce fichier est préparé par **Compil'Court** d'ENSA Agadir.
Rejoignez nous sur nos réseaux sociaux :
Let's make ENSA AGADIR great again!

Exercice 01 :

Le montage étudié est représenté dans la figure suivante. Le dipôle D est un électrolyseur dont la caractéristique tension courant est aussi représenté ci dessous :

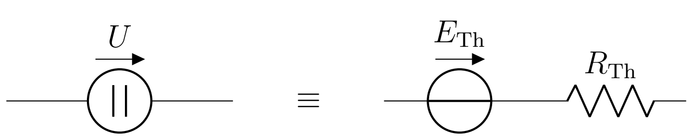




1. De quel type est le récepteur D ?
2. Déduire de la caractéristique tension-courant le modèle équivalent de Thévenin du dipôle D.
3. Que devient la puissance électrique reçue par D ?
4. Trouver l'expression du courant électrique I dans l'électrolyseur en fonction de E_1, E_2, R_1, R_2 et des éléments du modèles obtenu en 2.
5. Calculer I pour $E_1 = 1,5$ V, $E_2 = 6$ V et $R_1 = R_2 = 6\ \Omega$.
6. Que pouvez vous dire de la valeur de I pour $E_2 = 1$ V.

Solution :

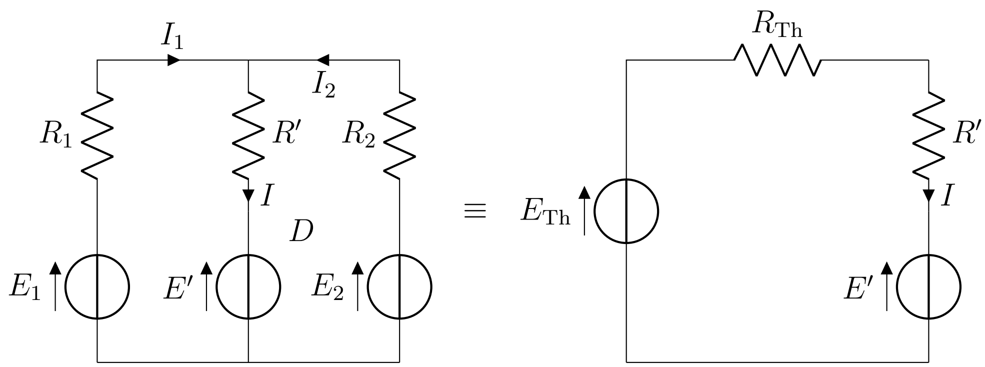
1. D est un récepteur actif, car sa caractéristique ne passe pas par l'origine.
2. Pour le modèle de Thévenin du dipôle D est donné : $U = E_{\text{Th}} + R_{\text{Th}} I$en convention récepteur :



D'après la caractéristique on peut déduire que $E_{\text{Th}} = E' = 1,5$ V et que R_{Th} est la pente de la courbe, par simple calcul (dans la copie du DS on peut facilement projeter et déduire le coefficient directeur de la courbe qui est $\Delta U/\Delta I = R_{\text{Th}}$) on trouve : $R_{\text{Th}} = R' = 3\ \Omega$.
Finalement on trouve : $U = 1,5 + 3I$. 3. La puissance du dipôle D est donnée par (Se transforme en énergie chimique et thermique) :

$$\mathcal{P} = UI = (E' + R_{\text{Th}}I)I = E'I + R'I^2$$

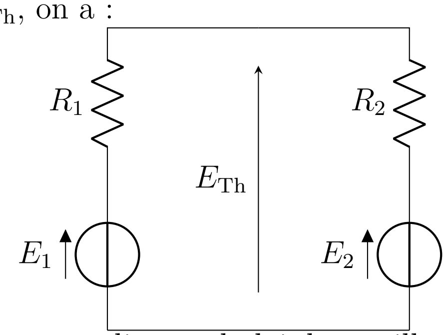
4. Appliquons la transformation du Thévenin sur le circuit afin de calculer I :



R_{Th} est évidente, après l'application des astuces (débranchement de la charge, court-circuiter les générateurs...) on trouve que :

$$R_{\text{Th}} = (R_1 \parallel R_2) = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Pour E_{Th}, on a :



D'après théorème de Millman :

$$E_{\text{Th}} = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{E_1 R_2 + E_2 R_1}{R_2 + R_1}$$

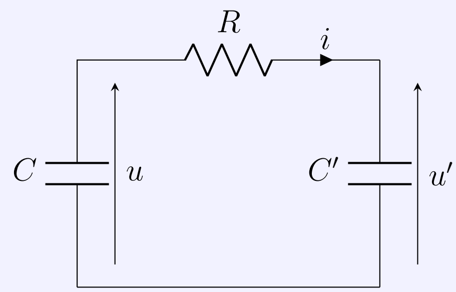
Par suite on appliquant la loi des mailles dans le circuit équivalent on trouve :

$$E_{\text{Th}} = (R_{\text{Th}} + R')I + E' \Longleftrightarrow I = \frac{E_{\text{Th}} - E'}{R_{\text{Th}} + R'}$$

5. Par application numérique dans l'expression trouvé on trouve : $I = 0,375$ A
6. Lorsque $E_2 = 1$ V, on a : $E_{\text{Th}} = 1,25$ V, qui est inférieur à la valeur de E', cette valeur (1,25 V) est dans le domaine dont $I = 0$, par suite lorsque $E_2 = 1$ V, le courant qui passe par D est nul.

Exercice 02 :

Considérons le circuit électrique de la figure suivante :



Le condensateur de capacité C a été chargé sous une tension U_0 avant de la brancher dans le circuit. Le condensateur de capacité C' est initialement déchargé. À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur, on note u la tension aux bornes de C, u' la tension aux bornes de C' et i l'intensité du courant circulant dans le conducteur ohmique R. On pose $\tau = R\dfrac{CC'}{C + C'}$.

1. Dans quelle convention est étudiée chacun des condensateurs ? Déduire les relations courant tension qui leurs correspondent.
2. Déterminez l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$
3. En déduire les expressions de $u(t)$ et $u'(t)$
4. Représenter les allures des grandeurs $i(t), u(t)$ et $u'(t)$ en fonction de temps
5. Déterminer l'énergie dissipée par effet Joule

Solution :

1. C est étudié en convention générateur, alors que C' est étudié en convention récepteur. Donc :

$$i = -C\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t} \qquad \text{et} \qquad i = C'\frac{\mathrm{d}u'(t)}{\mathrm{d}t}$$

2. D'après la loi des mailles, on a :

$$\begin{aligned}
u &= u' + Ri \\
\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} &= \frac{\mathrm{d}u'}{\mathrm{d}t} + R\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \\
CC'\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} &= CC'\frac{\mathrm{d}u'}{\mathrm{d}t} + RCC'\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \\
-C'i &= Ci + RCC'\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \\
0 &= i(C + C') + RCC'\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}
\end{aligned}$$

Donc :

$$\boxed{\tau\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + i = 0}$$

3. La résolution de l'équation différentielle :

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}i}{i} &= -\frac{\mathrm{d}t}{\tau} \\
\int \frac{\mathrm{d}i}{i} &= -\int \frac{\mathrm{d}t}{\tau} \\
\ln i &= -\frac{t}{\tau} + \mathrm{C}^{\mathrm{te}} \\
i(t) &= \exp\left(-\frac{t}{\tau} + \mathrm{C}^{\mathrm{te}}\right) \\
&= \mathrm{K}^{\mathrm{te}} e^{\frac{-t}{\tau}}
\end{aligned}$$

Déterminons K^{te}, à $t = 0$ on a $u = U_0$ et $u' = 0$ donc $i = \dfrac{U_0}{R}$:

$$\boxed{i(t) = \frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

4. Déterminons $u'(t)$ et $u(t)$:

$$\begin{aligned}
u &= \int -\frac{i}{C}\mathrm{d}t \\
&= -\frac{1}{C}\int \frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}\mathrm{d}t \\
&= \frac{1}{C}\frac{U_0}{R}\tau e^{-\frac{t}{\tau}} + \mathrm{C}^{\mathrm{te}} \\
&= \frac{U_0 C'}{C + C'} e^{-\frac{t}{\tau}} + \mathrm{C}^{\mathrm{te}}
\end{aligned}$$

à $t = 0$ on a $u = U_0$ après des calculs super basiques on trouve : $\mathrm{C}^{\mathrm{te}} = \dfrac{U_0 C}{C + C'}$

$$\begin{aligned}
u' &= \int \frac{i}{C'}\mathrm{d}t \\
&= -\frac{1}{C'}\frac{U_0}{R}\tau e^{-\frac{t}{\tau}} + \mathrm{C}^{\mathrm{te}} \\
&= -\frac{U_0 C}{C + C'} e^{-\frac{t}{\tau}} + \mathrm{C}^{\mathrm{te}}
\end{aligned}$$

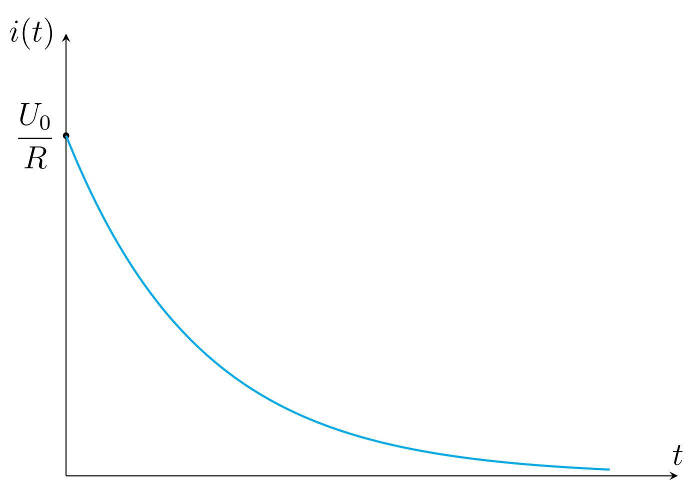
à $t = 0$ on a $u' = 0$ après des calculs on trouve : $\mathrm{C}^{\mathrm{te}} = \dfrac{U_0 C}{C + C'}$

D'où :

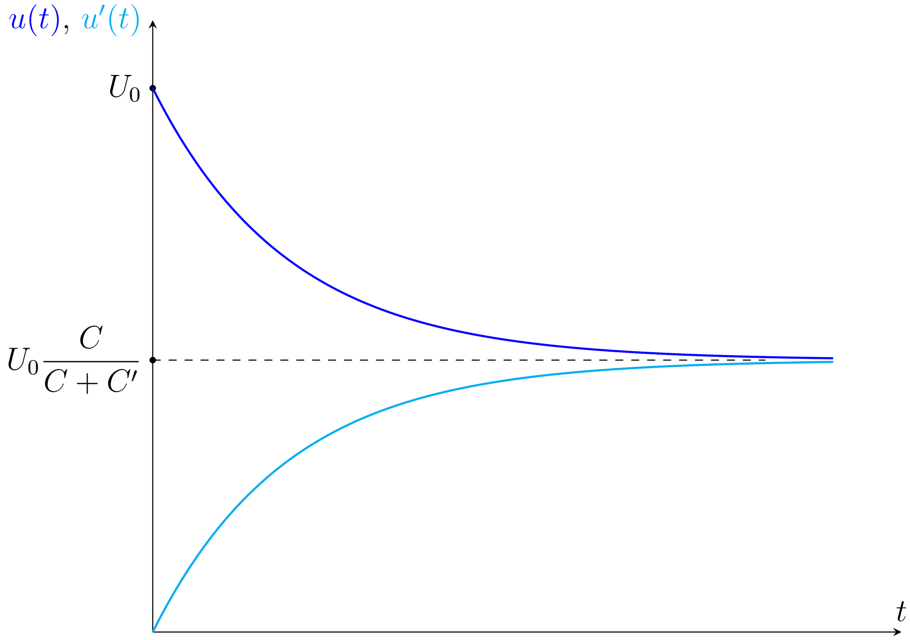
$$\boxed{u(t) = \frac{U_0}{C + C'}\left(C' e^{-t/\tau} + C\right)} \quad \text{et} \quad \boxed{u'(t) = \frac{U_0 C}{C + C'}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$

4. Les allures des graphes :

L'allure de $i(t)$:



Les allure de $u(t)$ et $u'(t)$:



5. L'énergie dissipée par effet joule :

$$
\begin{aligned}
\mathscr{E}_j &= \int_0^{+\infty} Ri^2(t)\mathrm{d}t \\
&= \int_0^{+\infty} \frac{U_0^2}{R} e^{-\frac{2t}{\tau}}\mathrm{d}t \\
&= -\frac{U_0^2}{R}\frac{\tau}{2} e^{-\frac{2t}{\tau}}\Bigg|_0^{\infty} \\
&= -\frac{U_0^2}{2R}\frac{RCC'}{C+C'}\left[\underbrace{\lim_{t\to\infty} e^{-\frac{2t}{\tau}}}_{=0} -1\right]
\end{aligned}
$$

Donc l'énergie dissipée par effet Joule est :

$$\mathscr{E}_j = \frac{U_0^2}{2}\frac{CC'}{C+C'}$$